This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

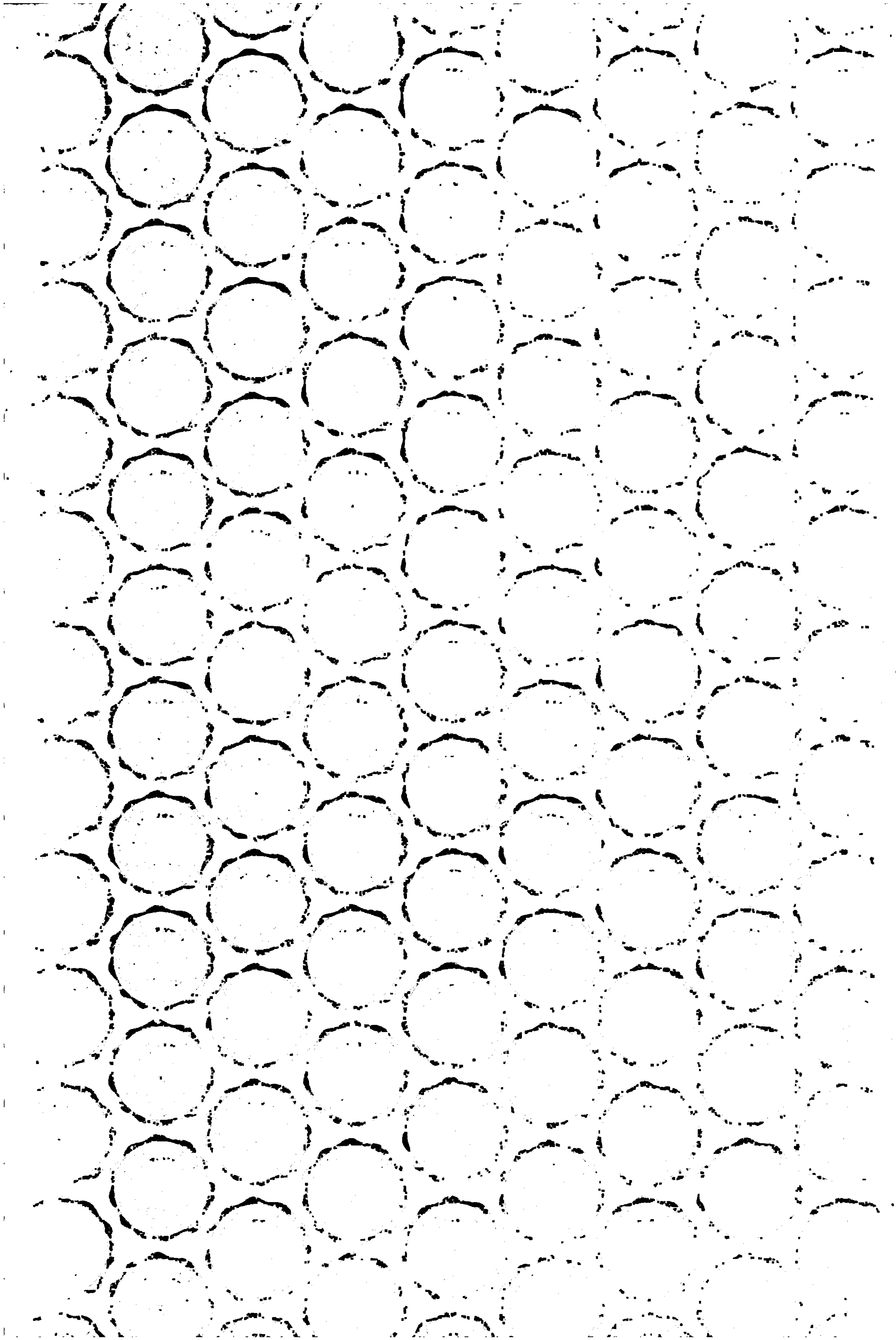
QA
621
.A58

B 447290

STORAGE

1817
ARTES VERITAS SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

[redacted]



QA
621
.A58

QA

57
XII.

DE INFINITIS SPIRALIBVS INVERSIS; DE INFINITISQVE HYPERBOLIS;

Ac alijs Geometricis.

AVTHORE

F. STEFANO DE ANGELIS

VENETO,

In Patauino Lyceo Matheſeos Profeſſore.

PATAVII, M.DC.LXVII.

Typis Matthæi Bolzetta de Cadorinis,

SVPERIORVM PERMISS.

QA
621
.A58

Illuſtriſsimis, ac Excellentiſſimis D.D.

ALOYSIO CONTARENO
ANGELO CORRARIO,
NICOLAO SAGREDO,

Equitibus, D. M. Procuratoribus, ac Lycei Patauini Moderatoribus.

F. STEPHANVS DE ANGELIS VENETVS,
ac in eodem Lycæo Matheſeos Profeſſor. P. R. P.

Ex perceptis redditibus Decimas Principibus Dei vicem-gerentibus exſoluere cunctarum gentium obſequia conſueuere. Quamobrem, cum ex innumeris, ac late patentibus Mathema-

tum artis anguſtum agellum mihi exercendum deſtinauerint ſuperi; iſque aſſiduo mentis opere euolutus decies iam fructum tulerit, hunc in ordine decimum Vobis, Excellentiſſimi PP. ad exigẽda huiuſcemodi vectigalia à Sereniſsimo Senatu delectis, humiliter offero. Quã in re non Cainum, ſed Abelem imitari confido. Paruus eſt mole, fateor; verum fortaſſis nouitate, ac pondere non contemnendus: Hoc namque connaturale eſt Geometricis fructibus, vt in ipſis vnita virtus fortior cenſeatur. Plantæ quippè effuſiores, & nimis luxuriantes, fructus vt plurimum inſipidos, vel fatuos parturiunt. Nec immenſæ Geometriæ glebæ inanium carent palearum copia; imo eiuſdem pſeudocoloni magis vberes ex alienis agris rapinas coaceruare, quam paruam, ſed legitimam ex proprijs laboribus meſſem colligere, vaniſſimè contendunt. Exiguus eſt, fateor, ſiquidem infelix agellus modico fimo nutritus, ac gutta-

tim

tim duntaxat aſperſus fatiſcit, & languet; ligoniſque acies ex aſſidua circa ſalebroſi, & pene emorituri ſoli culturam iam nimis obtunditur. Veſtrum erit Clementiſsimi PP. efficere, vt in poſterum copioſiores fructus proferat; quod facilè eueniet, ſi benignitatis veſtræ imbribus irrigatus ligonem altius admittet, ac impigris Agricolæ lacertis æquo fęnore reſpondebit. Interea ad publicam felicitatem, & gloriam D.O.M. Vos diù ſoſpitet, ac fortunet.



LE

LECTORI BENEVOLO

IAm anni quadrans euolauit, ex quo diſcurſus quidam noſtri Italicè conſcripti prodiere; in quibus rationes aliquot Phyſicomathematicas contra Copernicæum ſyſtema à Viro eximio Ricciolio excogitatas, ad trutinam reuocauimus. Affirmabamus tunc bina genera Infinitarum Spiralium à nobis fuiſſe olim contemplata; ſpatiaque ab ipſis clauſa geometricè menſurata; quarum una illa foret, quæ à graui naturaliter cadente in plano Æquatoris deſcriberetur, ſi Tellus, ex falſa hypotheſi, motu diurno duntaxat moueretur; & graue deorſum latum taliter ſuum concitaret motum, ut ſpatia ab ipſo peracta forent ad inuicem ut ipſa quadrata temporum. Nè ergo videamur perperam hæc iactaſſe, decreuimus, Benigne Lector, nunc ea publici iuris facere. Addidimus ipſis paucula

alia

alia geometrica, quorum notitiam non putamus tibi damnoſam futuram. Verum te monitum cupimus, hæc cuiuſcunque ponderis extent, nonniſi penitiorem Geometriam redolere; lectoremque in noſtris operibus antehac laboratis non modicè verſatum requirere. Si talis es, ad horum inſpectionem accede. Et vale.



NOI

NOI REFORMATORI
dello Studio di Padoua.

HAuendo veduto per fede del Padre Inquiſitore di Padoua nel Libro intitolato De Infinitis Spiralibus inuerſis, de infinitiſque Hyperbolis, &c. R. P. Stefano de Angelis, non eſſerui coſa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per atteſtato del Segretario noſtro, niente contro Prencipi, e buoni coſtumi, concedemo licenza à Mattio Bolzetta de Cadorini di poterlo ſtampare, oſſeruando gl'ordini, &c.

Dat. à 14. Decembre 1667.

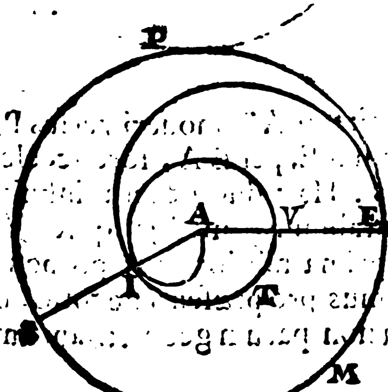
Angelo Correr Cau. Procur. Refor.
Nicolò Sagredo Cau. Proc. Ref.

Angelo Nicoloſi Segr.

DE

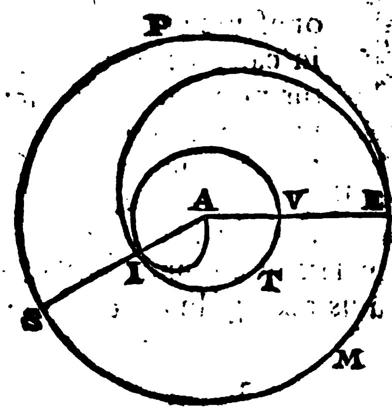
DE INFINITIS SPIRALIBVS INVERSIS.

BINA genera infinitarum ſpiralium menſurare curauimus in noſtris opellis antehac laboratis; vnum in ſpeciali opuſculo pro hac re conſcripto; aliud in calce *lib. 5. de inf. parab.* Oriebatur primum ex duplici motu, eodem peracto tempore; nimirum, in ſequenti diagrammate, puncti A, æquabiliter moti per ſemidiametrum AE, & ſemidiametri A E, circa centrum A, puncto E, deſcribentis peripheriam EMSPE, vel æquabiliter, vel ita vt circumferentia ſit ad circumferentiam, vel angulus ad angulum, vt variæ temporum po-



teſtates. Secundum pariter oriebatur ex duplici motu eorundem mobilium, ſed oppoſitè antecedentibus; nimirum, vt motus ſemidiametri per circumferentiam ſit æquabilis; ille verò puncti ex centro ſemidiametrum permeantis foret variè acceleratus. Ambo genera harum ſpiralium initium ducunt à centro A, vt ſupra patuit; quæ nunc explicabuntur ineuntur modo oppoſito; etſi generentur ex duplici motu eorundem mobilium, ſic.

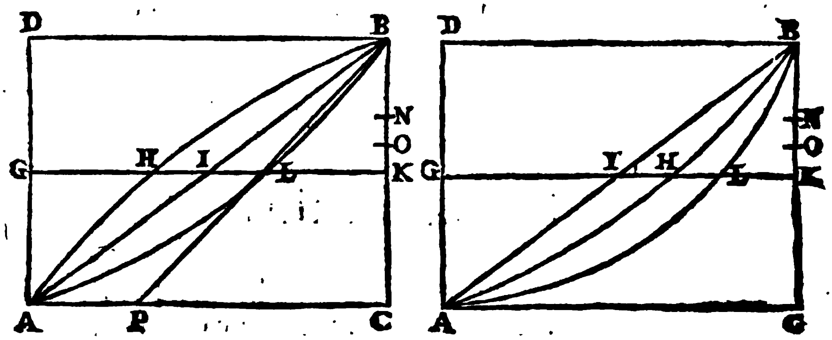
Primò concipere oportet AE, ſemidiametrum moueri acceleratè verſus partes E, P, S, M, E, vt circumferentia EPSME, ſit ad arcum EPS, vt quelibet poteſtas temporis, ad homogeneam poteſtatem: motus verò puncti E, per EA, ſit æquabilis.



Secundò cogitetur AE, moueri verſus P, S, M, &c. æquabiliter, at motum E, per E A, fore acceleratum iuxta eaſdem poteſtates. Hæc duo genera infinitarum ſpiralium menſurare curabimus medijs quibuſdam propoſitionibus, quarum prima nihilominus proponetur vniuerſalius quam indigeamus pro præſenti negotio, cum eiuſdem vniuerſalis notitia non parum geometriam ampliare videatur. Sit ergo.

PROPOSITIO I.

Sit quælibet ſemifigura AHBC, cum triangulo ABC, & cum parallelogrammo DC; in qua ducta GK, parallela AC, ſit vt GK, ad KH, ſic IK, ad KL; & per omnia puncta L tranſeat curua BLA. Erit DC, ad figuram AHBLA (quam dicemus Lunulam *in vtroque ſchemate) vt duplus cylindus ex DC, circa AC, ad ſolidum ex AHBC, circa eandem AC.*



SVper DC, & ſuper AHBC, concipiantur cylindrici recti æquealti DR, & AHBCRPQ, vt RC, ſit æqualis CA, ſecti plano tranſeunte per QR, & per DB, & dirimente DR, in duo priſmata, & cylindricum ſuper AHBC, in duos truncos ABCRQ, & RQPB (Præſtabit autem hæc ſolida concipere in primo ſolo ſchemate, cum in alio eſſet eadem conſtructio, eademque demonſtratio, vt poſtea conſideranti patebit.) Pariter concipiamus planum GT, erectum ſuper GK, & ſecans omnia prout in ſchemate.

Quoniam AC, CR, ſupponuntur æquales, GT, erit quadratum ipſius GK. Tunc. Ratio GK, ad KL, componitur ex rationibus GK, ad KI, & huius ad KL. Sed vt KI, ad KL, ſic GK, ad KH, ex ſuppoſito. Et ex rationibus GK, ad KI, & GK, ad KH, componitur ratio quadra-

ti GK, ad rectangulum HKI; ergo vt GK, ad KL, ſic quadratum GK, ad rectangulum HKI; nempe ſic quadratum GT, ad rectangulum HX (quia IK, KX, ſunt æquales, quia & æquales CR, CA.) Et hoc ſemper; ergo vt DC, ad ALBC, ſic DR, ad truncum AHBCRQ. Pariter vt DC, ad AHBD, ſic DR, ad cylindricum ſuper AHBD. Quare vt DC, ad figuram DAHBLAC, ſic cylindricus DR, ad truncum AHBCRQ, cum cylindrico ſuper AHBD. Quare per conuerſionem rationis, vt DR, ad truncum QRPB, ſic DC, ad lunulam AHBLA. Sed cum *ex Schol. 3. prop. 10. lib. 2. de Inf. parab.* ſit vt priſma dimidium DR, ad dictum truncum, ſic cylindrus ex DC, circa AC, ad ſolidum ex AHBC, circa AC; & conſequenter vt DR, ad dictum truncum, ſic duplus cylindrus ad dictum ſolidum; erit etiam DC, ad lunulam, AHBLA, vt duplus cylindrus ex DC, ad dictum ſolidum. Quod, &c.

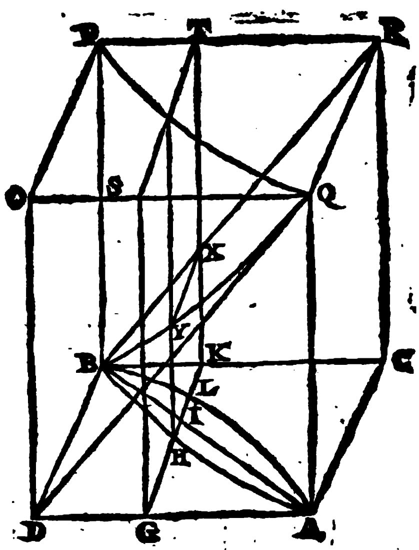
Aliter, & breuius.

POſtquam probatum eſt, eſſe vt GK, ad KL, ſic GT, ad HX, dicatur ſic. Sed vt GK, ad KH, ſic GT, ad HT; ergo & vt GK, ad HL, ſic GT, ad YT. Et ſic ſemper; ergo vt DC, ad lunulam, ſic DR, ad truncum BQRP. In reliquis ſequatur demonſtratio.

SCHOLIVM I.

PRopoſitio præſens eſt fęcundiſſima. Ex ipſa namque quadrari poſſunt, in primo ſchemate, lunulæ infinitæ in omnibus illis figuris, quarum etiam ignorantur quadraturæ; dummodò innoteſcat ratio cylindri ex DC, circa AC, ad ſolidum ex AHBC, circa AC. Huiuſmodi ſunt quadrans circuli, & ellipſis, in quibus DC, triplum erit dictæ lunulæ; Infinitæ hyperbolę, de quibus in calce *lib. 5. de inf. parab.*, quarum diametri AC, baſes BC;

Et



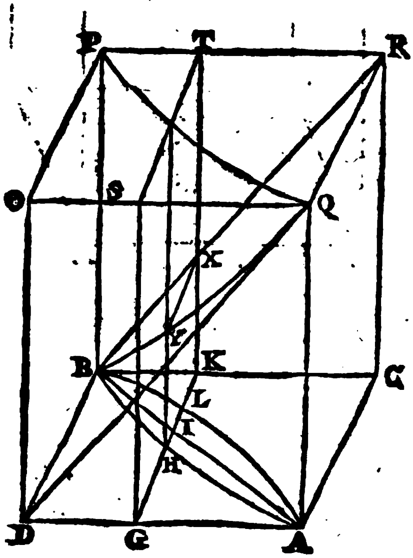
Et infinitè infinitæ aliæ, quæ explicatæ paſſim reperiuntur in noſtris operibus, quarum omnium quadraturę ſunt occultæ, at innotuerunt rationes cylindrorum ad ſolida. Hæc conſideret lector. Sed nec in figuris ſecundi ſchematis carebimus vberimo fructu, ſi prius explicetur ſequens Scholium maximè obſeruabile pro præcipuo noſtro intento.

SCHOLIVM II.

AD memoriam ergo reuocetur, demoſtrationum ſuperiorum in progreſſu, nos patefeciſſe, fore GK, ad KL, vt quadratum GT, ad rectangulum HX; & GK, ad HL, vt idem quadratum GT, ad rectangulum YT. Quod cum vbique verificetur; non modò elicere poſſumus, fore DC, ad ALBC, AHBLA, vt DR, ad truncos ABCRQ, BQRP, vt ſupra factum fuit; vel vt triangulum AIBC, ad dictas figuras, ſic priſma DBCAQR, ad dictos truncos; vel vt duplus cylindrus ex DC, *ex Schol.*

ſupra

ſupra cit. circa AC, vel DB, ad ſolida ex AHBC; circa eaſdem AC, DB; ſed etiam trilineum ALBC, cum trunco ABCRQ, & lunulam AHBLA, cum trunco BRQP, fore magnitudines proportionaliter analogas iuxta ſenſum, ad ſatietatem vſque, in noſtris operibus expoſitum. In eodemet ergo puncto ſecabitur BC, à centris æquilibrij ipſorum appenſorum ſecundum BC, ſi proportionalia comparentur.



SCHOLIVM III.

Applicando ergo præſentem doctrinam, habebimus vndè aliquid noui patefaciamus in figuris ſecundi ſchematis, quarum non tenemus quadraturas: in quibus vtique non tenebimus quadraturas lunularum AHBLA, quia non tenemus rationem cylindri ex DC, ad ſolidum ex trilineo AHBC, reuolutis ambobus circa AC: ſed benè in ipſis tenebimus quadraturas trilineorum ALBC; & conſequenter figurarum ALBD; quia habemus rationem cylindri ex DC, circa DB, ad ſolidum

ex tri-

ex trilineo AHBC, circa DB. In quadrante ergo circuli; vel ellipſis, DC, ſextuplum erit trilinei ALBC. Sic habebimus rationes DC, ad trilinea ALBC, in infinitis hyperbolis ſupra memoratis, quarum diametri DB. ſemibaſes DA; & in infinitis figuris ſupra indicatis. Hæc relinquimus induſtriæ lectorum. Nobis quippè ad alia properandum.

PROPOSITIO II.

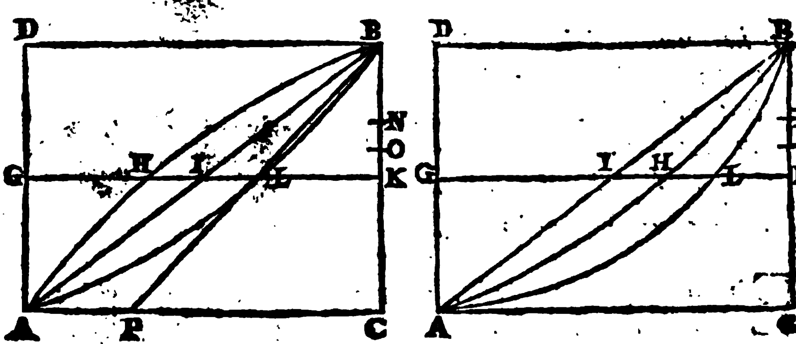
Sit in ſecundo ſchemate, in prop. 1. poſito, AHBD, qualibet ſemiparabola principalis, cuius diameter DA, baſiis DB; & ſint reliqua vt ibidem. Erit DC, ad trilineum ALBC, vt rectangulum contentum ſub duplo numero parabolæ vnitate aucto, & ſub duplo numero binario aucto, ad rectangulum ſub vnitate, & ſub triplo numero aucto vnitate.

EST namque, *ex Schol. 2. & 3. ſupra poſitis,* DC, ad trilineum ALBC, vt duplus cylindrus ex DC, circa DB, ad annulum ex trilineo AHBC, reuoluto circa DB. Sed cum vnicus cylindrus ſit ad annulum *ex prop. 14. lib. 2. de Inf. parab.* vt rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero aucto dimidia vnitate, ad ſui exceſſum ſupra quadratum numeri parabolæ; & conſequenter duplus cylindrus ſit ad illum annulum, vt duplum antecedens, nempe rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, ad idem conſequens: & ille exceſſus æquetur rectrangulo contento ſub vnitate, & ſub ſeſquialtero numeri aucto dimidio vnitatis, vt reſoluenti rectangulum in ſuas partes conſtabit; ſic etiam erit DC, ad ALBC. Et conſequenter, vt duplum ad duplum. Erit ergo DC, ad ALBC, vt rectangulum ſub duplo numero binario aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, ad rectangulum ſub vnitate, & ſub triplo numero vnitate aucto. Quod, &c.

COROL.

COROLLARIVM.

Ergo triangulum dimidium rectanguli erit ad trilineum vt dimidium antecedentis, ad conſequens; nimirum vt antecedens ſit rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub numero aucto vnitate.



SCHOLIVM.

In numeris, ſi AHBC, ſit ſemiparabola quadratica; erit DC, ad trilineum vt 30. ad 7. In cubica vt 56. ad 10. ſiue vt 28. ad 5. In biquadratica vt vt 90. ad 13. Etc.

Et per conuerſionem rationis, erit DC, ad ALBC, vt 30. ad 23. Vt 56. ad 46. ſiue vt 28. ad 23. Vt 90. ad 77.

Et triangulum ABC, erit ad trilineum vt 15. ad 7. Vt 28. ad 10. ſiue vt 14. ad 5. Vt 45. ad 13.

Et per conuerſionem rationis, vt 15. ad 8. Vt 28. ad 18. ſiue vt 14. ad 9. Vt 45. ad 32. Etc.

PROPOSITIO III.

Sit in primo ſchemate AHBC, qualibet ex infinitis ſemiparabolis principalibus, cuius diameter AC, baſis CB. Erit

DC,

DC, ad trilineum ALBC, vt rectangulum ſub numero parabolæ vnitate aucto, & ſub numero binario aucto, ad dimidium rectanguli ſub numero, & ſub numero ternario aucto.

Est enim DC, ad ALBC, vt duplus cylindrus ex DC, circa DB, ad annulum ex AHBC, circa DB, *ex duobus dictis ſcholijs*. Sed cylindrus eſt ad annulum, *ex prop. 15. lib. 2. de Inf. Parab*, vt rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario aucto, ad numerum minorem ſe binario (nempe ad rectangulum ſub numero, & ſub numero ternario aucto, quod æquatur illi numero binario minuto, vt conſideranti, ac reſoluenti rectangulum illud in ſuas partes manifeſtum fiet;) & duplus cylindrus eſt ad talem annulum, vt duplum antecedentis ad conſequens; nempe vt antecedens ad dimidium conſequentis. Ergo & DC, erit ad trilineum ALBC, vt rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario aucto, ad dimidium rectanguli ſub numero, & ſub numero ternario aucto. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo triangulum dimidium dicti rectanguli, erit ad trilineum, vt dimidium dicti rectanguli, ad idem conſequens.

SCHOLIVM I.

Si quis autem in numeris experiri cupiat, quo pacto hæ proportiones ſint exprimendæ, inueniet in ſemiparabola quadratica fore vt 12. ad 5. In cubica vt 20. ad 9. In biquadratica, vt 30. ad 14. vel vt 15. ad 7. Etc.

Et per conuerſionem rationi, fore DC, ad ALBC, vt 12. ad 7. Vt 20. ad 11. Vt 30. ad 16. ſiue vt 15. ad 8.

Item inueniet fore triangulum AIBC, ad dictum tri-

lineum vt 6. ad 5. Vt 10. ad 9. Vt 15. ad 14.

Et per conuerſionem rationis, fore ad ſui exceſſum ſupra trilineum, vt 6. 10. 15. ad 1. Etc.

SCHOLIVM II.

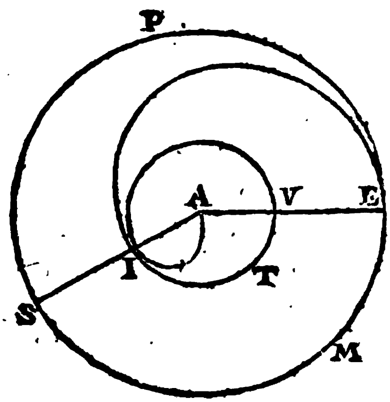
Patet autem ex noſtro *lib 5. de Inf. parab.* non modo in infinitis parabolis principalibus poſſe aſſignari menſuras talium trilineorum, ſed in alijs quoque deſumptis ex infinitis alijs cęterarum. Sed ſufficiat aſſignaſſe duntaxat in principalibus.

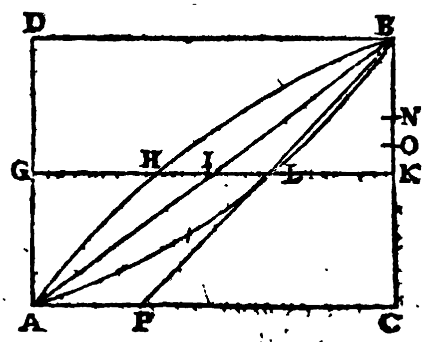
PROPOSITIO IV.

Exceſſus circuli ſupra quodlibet ſpatium ſpirale primi generis eſt æqualis trilineo A L B C, prop. 3. orto ex tali ſemiparabola principali, cuius exponens æquetur exponenti poteſtatum accelerationis ſemidiametri per circumferentiam, & cuius baſis æquetur circumferentiæ, diameter verò ſemidiametro circuli.

SEnſus hic eſt. Sit ſpiralis E I A, cum ſuo circulo ſemidiametri A E, vt ducta vbilibet A I S, ſecante ſpiralem in I, ſit circumferentia E P S M E, ad circumferentiam E P S, vt quælibet poteſtas temporis, ad ſimilem poteſtatem temporis motuum A E, per ipſas; & eſto rectangulum D C, cum ſemiparabola ſeriei principalis A H B C. cuius axis A C, baſis B C; & ducta A B, eſto pariter trilineum A L B C, vt ducta G K, vbilibet parallela A C, ſic vt G K, ad K H, ſic I K, ad K L; ſemiparabola autem talis ſit naturæ, vt ſi rationes circunferentiarum ſint vt quadrata temporum, ipſa ſit quadratica; ſi vt cubi, cubica; &c. inſuper A C, ſupponatur æqualis circumferentiæ E P S M E, & C B, ipſi E A. Dico trilineum A L B C, æquari exceſſui circuli ſupra ſpatium ſpirale A E I A.

Sumpto





Sumpto enim in ſpirali quolibet puncto I, ducatur A I S & centro A, interuallo A I, deſcribatur circulus; factaque in trilineo BK, æquali A I, ducatur K G, parallela A C, Quoniam motus puncti E, verſus A, eſt æquabilis, erit vt A E, ad E V, vel S I, ſic tempus per A E, ad tempus per E V, vel S I. Et vt quælibet poteſtas temporis per A E, ad ſimilem poteſtatem temporis per S I, ſic ſimilis poteſtas A E, vel A S, ad ſimilem poteſtatem S I. Sed circumferentia E P S M E, eſt ad circumferentiam E P S, vt poteſtas temporis ad poteſtatem temporis; ergo & vt circumferentia ad circumferentiam, ſic ſimilis poteſtas A S, ad ſimilem poteſtatem S I. V. G. in prima ſpirali, erit circumferentia E P S M E, ad E P S, vt quadratum A S, ad quadratum S I. In ſecunda, vt cubus, ad cubum. Etc. Ergo & per conuerſionem rationis, erit E P S M E, ad S M E, vt poteſtas S A, ſiue A E, ad ſui exceſſum ſupra ſimilem poteſtatem S I, ſiue E V.

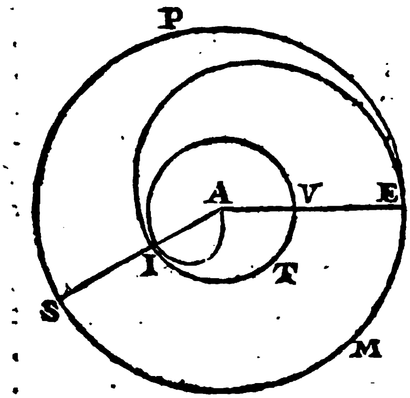
Tunc. Ratio E P S M E, ad V T I, componitur ex rationibus ipſius ad V I T V; nempe E A, ad A V, & V I T V, ad I T V; ſeu E P S M E, ad S M E; nempe ex dictis, poteſtatis E A, congruentis, ad differentiam inter ſimiles poteſtates E A, E V. Ergo ratio E P S M E, ad I T V, compoſita

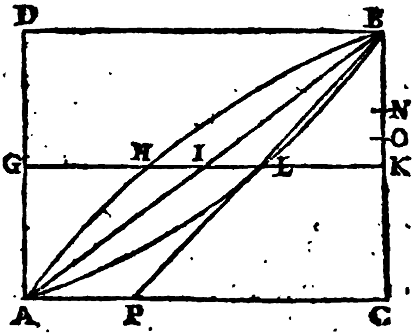
erit ex rationibus E A, ad A V, & congruentis poteſtatis EA, ad differentiam ſimilium poteſtatum E A, E V. V, G. in prima ſpirali, ex rationibus E A, ad A V, & quadrati E A, ad differentiam inter quadrata E A, E V. In ſecunda, cubi ad differentiam cuborum. Quæ ſeruentur.

Nunc deueniamus ad trilineum A L B C; in quo, cum C B, B K, æquentur, E A, A V, in ſpirali; & cum ratio G K, ad K L, componatur ex ratione G K, ſeu A C, ad K I; nempe C B, ad B K, & ex ratione I K, ad K L; nempe (ex conſtructione trilinei) ex ratione G K, ad K H: & cum (vt elicitur *ex prop. 22. lib. p. de Inf. parab.* ſit vt G K, ad K H, ſic poteſtas C B, eiuſdem gradus cum parabola, ad differentiam ſimilium poteſtatum C B, C K; nempe in quadratica, vt quadratum C B, ad differentiam quadratorum C B, C K; in cubica, vt cubus ad differentiam cuborum. Erit etiam ratio A C, ad L K, compoſita ex rationibus C B, ad B K, & poteſtatis C B, ad differentiam poteſtatem C B. C K. Cum ergo rationes circumferentiæ E P S M E, ad I T V, in ſpirali, & A C, ad K L, in trilineo componantur ex iiſdem proportionibus (quia E A, A V, in ſpirali, & C B, B K, in trilineo ſunt æquales.) Erit etiam vt E P S M E, ad I T V, ſic A C, ad L K. Et permutando. Sed E P S M E, ſupponitur æqualis A C; ergo V T I, etiam æqualis L K. Quumque hoc ſemper accidat; erit quoque exceſſus circuli ſupra ſpatium ſpirale æqualis trilineo A L B C. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum verò etiam triangulum A I B C, æquetur toti circulo, erit circulus ad illum exceſſum, vt triangulum ad trilineum. Sed *ex corollario prop. ant.* eſt triangulum ad trilineum vt rectanguli dimidium ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario aucto, ad dimidium rectanguli ſub numero, & ſub numero ternario aucto; ergo etiam in ſpirali, erit circulus ad illum exceſſum, in præfacta ratione; nimirum, vt dimidium rectanguli ſub numero exponentis temporis





poris, ſecundum quod ſit acceleratio motus ſemidiametri per circumferentiam vnitate aucti, & ſub eodem numero binario aucto, ad dimidium rectanguli ſub tali numero exponentis, & ſub numero ternario aucto.

In numeris ergo erit circulus ad primum exceſſum vt 6. ad 5. In ſecundo vt 10. ad 9. In tertio vt 15. ad 14. Etc.

Per conuerſionem ergo rationis, erit circulus ad primum ſpatium ſpirale vt 6. 10. 15. &c. ad vnitatem.

PROPOSITIO V.

Exceſſus circuli ſupra quodlibet ſpatium ſpirale ſecundi generis, æquatur trilineo A L B C, prop. 2. orto ex tali ſemiparabola principali, cuius exponens æquetur exponenti poteſtatum accelerationis puncti per ſemidiametrum, cuius baſis æquatur circumferentiæ, diameter ſemidiametro circuli.

ETiam in hac talis eſt ſenſus: ſit ſpiralis cum omnibus vt ſupra, ſed vt ſit A E, ad E V, ſeu A S, ad S I, vt poteſtas temporis per E A, ad homogeneam poteſtatem temporis per E V. Item ſit rectangulum D C, cum ſemiparabola AHBD,

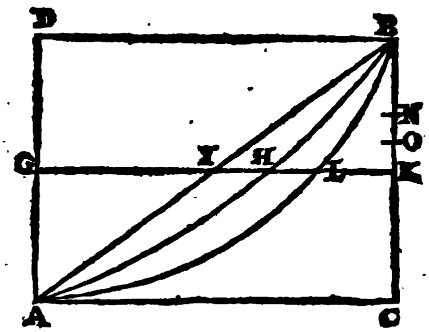
AHBD, cuius axis AD, baſis DB, & ſit hæc ſeriei principalis iuxta exigentiam; inſuper eſto trilineum ALBC, vt ducta GK, vbilibet parallela AC, ſit vt GK, ad KH, ſic IK, ad KL; ſemiparabola verò talis ſit indolis, vt ſi rationes AE, ad EV, ſint vt quadrata temporum, ſit quadratica. Si vt cubi, cubica; &c. DE, ſiue AC, æquetur circumferentiæ radij AE, & DA, ſiue CB, ipſi radio. Dico trilineum ALBC, æquari exceſſui prædicto. Factis .n. omnibus, vt ſupra, ſic augumentabitur.

Quoniam motus radij per circumferentiam eſt æquabilis, erunt ſpatia peracta vt ipſa tempora. Quare & vt quælibet poteſtas temporis, ad homogeneam poteſtatem temporis, ſic ſimilis poteſtas ſpatij ad homogeneam poteſtatem ſpatij. Erit ergo vt poteſtas temporis motus per totam circumferentiam, ad poteſtatem temporis per circumferentiam EPS, ſic ſimilis poteſtas totius circumferentiæ, ad ſimilem poteſtatem EPS. Sed vt poteſtas temporis ad poteſtatem temporis, ſic AE, ad EV, ſeu AS, ad SI. Ergo & vt poteſtas totius circumferentiæ ad ſimilem poteſtatem EPS, ſic AS, ad SI, ſeu AE, ad EV. Ergo per conuerſionem rationis, vt EA, ad AV, ſic poteſtas totius circumferentiæ radij EA, ad differentiam inter ipſam, & ſimilem poteſtatem EPS.

Tunc. Ratio circumferentiæ radij EA, ad circumferentiam ITV, compoſita eſt ex proportione ipſius ad eam, radij AV, ſeu radij EA, ad AV; ſeu poteſtatis circumferentiæ radij EA, ad differentiam inter ipſam, & ſimilem poteſtatem EPS, & ex ratione circumferentiæ radij AV, ad ITV; nempe circumferentiæ radij EA, ad SME.

Etiam nunc deueniamus ad trilineum, in quo ratio GK, ad KL, componitur ex ratione GK, ad KI, & huius ad KL. Vt GK, ad KI, ſic CB, ad BK, nempè EA, ad AV, in ſpirali; nempe poteſtas circumferentiæ radij AE, ad differentiam inter ipſam, & ſimilem EPS; & ex ratione IK, ad KL; nempe (ex natura trilinei) ex ratione GK, ad KH. Sed vt GK, ad KH, ſic circumferentia radij EA, ad arcum SME, vt ſtatim probabitur. Ergo ratio circumferentiæ radij AE, ad circumferentiam ITV, componitur ex iiſdem

pro-



proportionibus, ex quibus componitur ratio GK, ſeu AC, ad KL. Quare vt circumferentia radii EA, ad arcum ITV, ſic AC ad KL. Et permutando. Sed circumferentia radii EA, ſuppoſita fuit æqualis AC; ergo & KL, æqualis VTI. Quare facilè concludemus fore dictum exceſſum æqualem trilineo. Quod &c.

Quod vero aſſumptum eſt ſic probabitur. Cum enim ſint CB, EA; BK, AV; CK, EV æquales; erit vt AE, ad EV, ſic BC, ad CK. Sed vt AE, ad EV, ſic poteſtas circumferentiæ radij EA, ad poteſtatem EPS; & pariter vt in parabola BC, ad CK, ſiue DA ad AG, ſic ſimilis poteſtas DB, ad ſimilem poteſtatem GH: erit etiam vt poteſtas circumferentiæ radij EA, ad ſimilem poteſtatem EPS, ſic ſimilis poteſtas DB, ad ſimilem poteſtatem GH. Et vt circumferentia ad circumferentiam, ita DB, ſeu GK, ad GH. Et per conuerſionem rationis, vt circumferentia radij EA, ad arcum SME, ſic GK, ſeu AC, ad KH.

SCHOLIVM I.

Sed etiam triangulum AIBC, æquatur toti circulo; vndè erit vt triangulum ad trilineum, ſic circulus ad exceſſum.

Sed

Sed *ex corollario prop.* 2. eſt triangulum ad trilineum vt dimidium rectanguli ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub duplo numero binario aucto; nempe rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub numero vnitate aucto, ad rectangulum ſub vnitate, & ſub triplo numero vnitate aucto; etiam ergo in ſpirali, erit circulus ad illum exceſſum, vt rectangulum ſub duplo numero exponentis poteſtatum temporis motus accelerati puncti E, verſus A, aucto vnitate, & ſub numero vnitate aucto, ad rectangulum ſub vnitate, & ſub triplo numero vnitate aucto. Quod idem erit cum triplo numero vnitate aucto.

In numeris ergo erit circulus ad exceſſum in prima ſpirali, vt 15. ad 7. In ſecunda, vt 28. ad 10. ſeu 14. ad 5. In tertia, vt 45. ad 13.

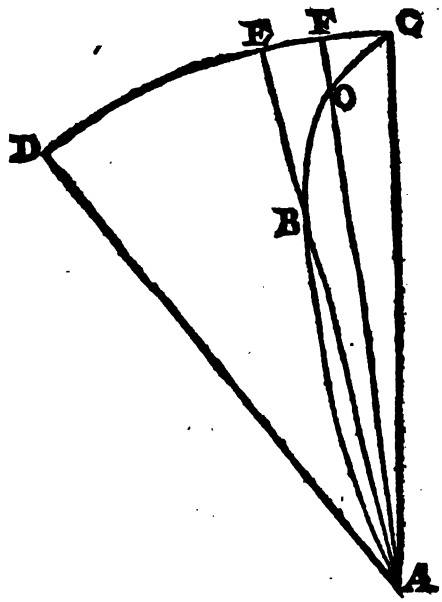
Et per conuerſionem rationis erit circulus ad ipſum ſpirale ſpatium, vt 15. ad 8. Vt 28. ad 18. ſeu vt 14. ad 9. Vt 45. ad 32. Etc.

SCHOLIVM II.

Menſurauimus ergo bina noua genera infinitarum ſpiralium diuerſiſſima ab iis, quas aliàs conſiderauimus; quæ, vt & illæ, redigi poſſunt ad infinitè infinitas. Sicuti namque in *prop.* 2. *&* 3. adhibuimus ſemiparabolas ſeriei principalis pro inuentione trilineorum ALBC, menſurationi ipſarum inſeruientium, ſic adhibentes alias infinitè infinitas ſemiparabolas, ex illis conſurgerent infinitè infinita trilinea, quæ infinitè infinitis exceſſibus circulorum ſupra ſpatia ſpiralia oſtenderentur æqualia. Quæ omnia lectori indicaſſe ſufficiat.

SCHOLIVM III.

Quæ oſtenſa ſunt de ſpiralibus in integris circulis deſcriptis verificantur quoque, iiſdem omnimodè mediis, de ſpiralibus deſriptis in circulorum ſectoribus. Pro quo, eſto ſector quili-



quilibet ADC, & ſemidiameter AC, feratur per arcum CED, acceleratè, & C, per CA, æquabiliter; vel CA, per CD, æquabiliter, & C, per CA, acceleratè. Sic orientur bina ſpatia ſpiralia CBA, ad quæ ſector ADC, habebit proportiones ſupra expoſitas in integris circulis; & iſtorum menſurationi inſeruirent trilinea ſupra expoſita ALBC; ſed quorum AC, æquaretur circumferentiæ CED.

Huius generis eſſet linea illa, quæ deſcriberetur à graui naturaliter cadente verſus centrum telluris in falſa hypotheſi copernicana, vel ſemicopernicana, in plano æquatoris. Supponamus ergo A, fore centrum telluris, & AC, compoſitam ex ſua ſemidiametro, & ex altitudine aliqua perpendiculariter extante ſupra telluris ſuperficiem. Cogitemus, & falsò fingamus tellurem moueri in plano æquatoris diurno tantum motu. CA mouebitur æquabiliter per arcum CD; & graue C, per CA, ſecundum quod ſupponunt probare Ga-

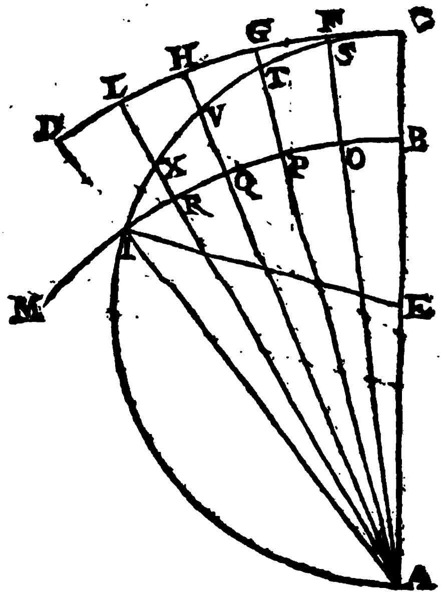
lilæus, ac Ricciolius, accelerate iuxta quadrata temporum. Si ergo intelligamus talem motum continuari vſque ad centrum A, & interim A C, feratur æquabiliter per quantitatem arcus CD, & ſpiralis deſcripta ex hoc duplici motu ſit CBA, ſector DAC, erit ad ſpatium ſpirale ABCA, iuxta noſtras doctrinas ſupra explicatas, vt 15. ad 8.

Ex quibus ſequitur manifeſtè, quod ſi CDA, foret quadrans circuli, & ſuper diametro AC, conciperemus ſemicirculum ad eaſdem partes ABC, hunc caſurum intra lineam ABC. Eſſet namque minor ſpatio ABCA; cum ipſius foret duplus quadrans ADC.

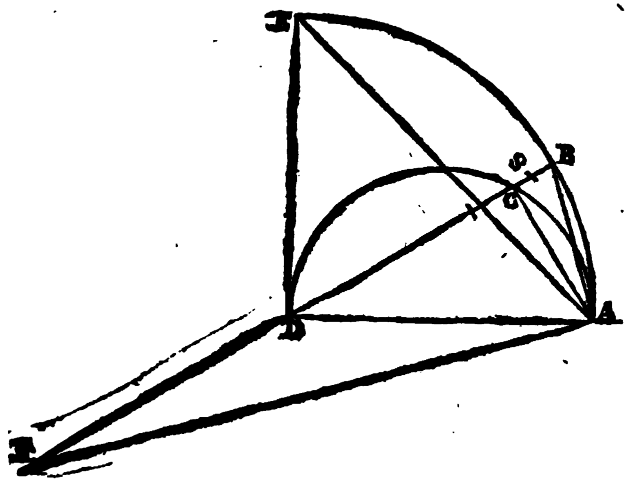
Ex quibus ſequitur, falſum fore, quod aſſeritur à Clariſſimis viris Galilæo Dial. 2. ſyſtem. Coſm. pag. latinis 119. 120. aſſerente lineam talis motus circularem fore; & Ricciolio lib. 9. Almag. noui cap. 17. num. 14. affirmante intra ſemicirculum cadere, ſemperque magis, ac magis ad diametrum accedere, quò magis elongatur à ſuo principio. Cadit quippè ſemper extra; & oſtendi poteſt ex iiſdem aſſumptis à Ricciolio.

Supponamus enim in ſchemate Riccioli, CD, fore arcum quadrantis, & præter hoc, eadem, quæ ſupponit ipſemet, CF, eſſe arcum vnius gradus, & FS, 31. earundem partium, qualium CA, vel FA, eſt 200,000. Quoniam punctum C, 6. horarum ſpatio conficeret C D, quadrantem, & graue pertingeret ad centrum A; & motus C, per CGD, eſt æquabilis; erit quadrans D C, horis 6. pertranſitus ad arcum CF, vnius gradus horarijs 4. minutis excurſum, vt tempus, ad tempus. Ergo quoque vt 8100. quadratum quadrantis DC, ad 1. quadratum arcus CF, ſic quadratum temporis motus per CD, ad quadratum temporis motus per CF. Sed vt quadratum temporis per CD, ad quadratum temporis per CF, ſic ſpatium CA, ſeu FA, ad ſpatium confectum 4. minutis. Ergo vt 8100. ad 1. ſic ſpatium FA, ad aliud. Sed ſic 200,000. ad 24. $\frac{5600}{8100}$. Ergo tantum erit ſpatium pertranſitum. Sed talium FS, ſupponitur 31. Ergo dictum ſpatium eſt minus FS. Cadit ergo dictum punctum ſupra. Sic probabitur de omnibus alijs. Ergo &c.

Hanc



Hanc eandem demonſtrationem attulimus paucis ab hinc menſibus in quodam libello italicè conſcripto, in quo conſiderabamus rationes quaſdam à Ricciolio excogitatas contra opinionem Copernici; ſed vel noſtra, vel Typographi incuria, vice 200,000, ſcribitur ibi 2,000,000. Sed eſt res parui momenti, quam facilè lector animaduertes. Nec enim Ricciolius, cuius data aſſumpſimus, ſupponit FS, ut 2,000,000, ſed 200,000. Si ergo operaberis cum 2,000,000, FS, euadet 310. & confectum ſpatium 240. cum fractione; & minus F S. Si autem acceperis 200,000; F S., erit 31. & ſpatium 24. &c. adhuc minus. Sed nè deinceps numeris aberretur, accipe Lector ſequentem demoſtrationem à profundo Geometra Iacobo Gregorio Scoto eleganter oſtenſam.



PROPOSITIO VI.

In Quadrante DEA, & ſemicirculo DCA, ſit ducta vbilibet DCB; & ſit in duplicata ratione arcus EBA, ad arcum AB, ſic DB, ad BS. Punctum S, cadet ſupra C.

FIat BF, dupla BD, & ducantur rectæ FA, AE, AC, AB. Quoniam anguli FCA, FAB, in ſemicirculis ſunt recti; erunt FB, AB, BC, continuè proportionales. Et idcirco, vt quadratum FB, ad quadratum BA, ſic FB, ad BC. Et antecedentium ſemiſſes. Vt ergo quadratum EA, ad quadratum AB, ſic DB, ad BC. Cum verò maior ſit ratio arcus EBA, ad arcum AB, quam chordæ EA, ad chordam AB, vt oſtendunt quamplurimi, inter quos Copernicus, qui primus nobis occurrit, *lib. 1. reuol. theor. 6.* & conſequenter maior ratio duplicata arcus EBA, ad arcum BA, quam quadrati chordæ EA, ad quadratum chordæ BA; erit etiam ratio duplicata arcus ad arcum maior ratione DB, ad BC. Sed, ex ſuppoſito, DB, ad BS; eſt in duplicata ratione arcus ad

arcum;

arcum; ergo maior eſt ratio DB, ad BS, quam DB, ad BC. Minor eſt ergo BS, quam BC. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Quoniam meminimus præfatæ noſtræ opellæ italicè conſcriptæ, in qua conſiderauimus argumenta Riccioli, opportunum iudicamus lectorem admonere de duplici errore à nobis commiſſo, ex eadem cauſa proueniente. Suppoſuimus namque velocitatem ad velocitatem, ſiue impetum ad impetum, fore vt ſpatium ad ſpatium. Quod æquidem ex Galilæi doctrinis eſt falſum. Nam hæc ſunt in ſubduplicata ratione ſpatiorum. Cum namque velocitas ad velocitatem, ſiue impetus ad impetum, ſit vt tempus ad tempus; & ſpatium ad ſpatium ſit in duplicata ratione temporum; erit quoque ſpatium ad ſpatium in duplicata ratione velocitatis ad velocitatem, ſiue impetus ad impetum. Et conſequenter velocitas ad velocitatem, ſiue impetus ad impetum, in ſubduplicata ratione ſpatij ad ſpatium.

Malè ergo diximus ibi in pag. 97. lin. vltima. *Così li impiti in M, L, ſono come IM, HL.*

Sic in pag. 123. falsò affirmauimus, quod ſi in BT, incipiendo à B, numeremus pedes 1059846. $\frac{1}{2}$. punctum ipſos terminas illud fore, in quo graue acceleratè motum tantam obtineret velocitatem, quantam dum immobile in B, mouebatur circulariter duntaxat. Nam numerus horum pedum erit tertius proportionalis horum, 23367708. & 1059846 $\frac{1}{2}$. nimirum proximè, ſaluo errore, 48069.

SCHOLIVM II.

Quamuis verò deinceps tradenda haud ad infinitas ſpirales ſupra expoſitas pertineant, nihilominus cum ſint geometri-

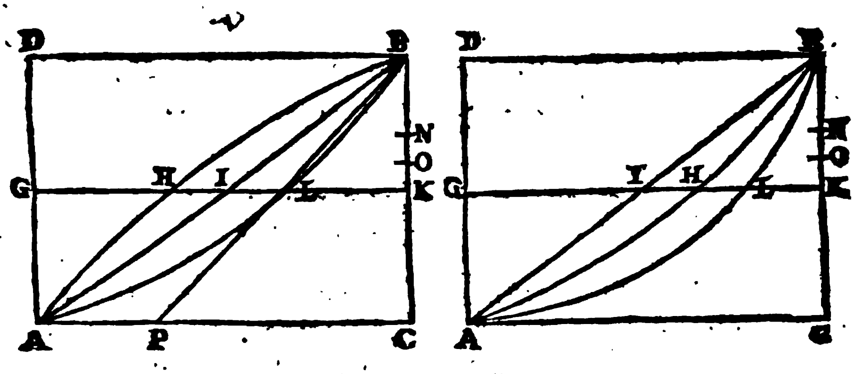
metrica, non putamus congruum ſub ſilentio ipſa relinquere. In primis ergo ad memoriam reuocetur, medijs trilineis A L B C, explicatis *in prop.* 2. *&* 3. obtentas fuiſſe menſuras ſpatiorum ſpiralium (trilineorum prius, ac eorundem reſiduorum ad parallelogrammum patefactis quadraturis.) Verum alia quoque ſymptomata circa ipſa manifeſtari poſſunt. Trilinea enim prædicta declarata fuere proportionaliter analoga cum trunco A L B C R Q, cylindrici exiſtentis ſuper A H B C. Vndè centra æquilibrij ipſorum ſecundum BC, appenſorum, æquè ſecabunt BC. Sed in qua ratione ſecetur B C, à centro æquilibrij prædicti trunci in primo ſchemate, traditum fuit *in part.* 2. *Miſcell. noſtri Geometr. prop.* 2. *ſchol.* 3. in ſecundo verò ſchemate *in ſcholio* 2. Quare & centra prædictorum trilineorum ALBC, ſecundum BC appenſorum non latebunt.

Ex quibus licebit quoque colligere in eadem BC, centra æquilibrii reſiduorum ALBD, ad parallelogramma. Quibus habitis, paruo labore aſſequemur rationes cylindrorum ex D C, ad ſolida ex ipſis reuolutis tam circa DB, quam AC. Vnde patebunt quoque rationes cylindrorum ad inuicem, & cubationes truncorum cylindricorum ſuper ipſis exiſtentium diagonaliter reſectorum. Quæ tetigiſſe ſufficiat.

PROPOSITIO VII.

In ambobus ſchematibus erit AHBC, ad lunulam vt BC, ad interceptam inter C, & centrum æquilibrij AHBC, appenſæ ſecundum BC.

CVm enim ratio cylindri ex D C, circa AC, ad ſolidum ex AHBC, circa eandem ſit compoſita ex ratione DC, ad AHBC, & ex ratione dimidiæ BC, ad dictam interceptam, quæ ſit CK, *ex lib.* 3. *de Inf. parab. prop.* 3. nempe, *ex ſchol. p.* eiuſdem,



eiuſdem, ex rationibus dimidii DC, ad AHBC, & BC, ad CK; ratio dupli cylindri ad ſolidum; ſeu ex prop. p. DC, ad lunulam componetur ex rationibus DC, ad AHBC, & BC, ad CK. Sed quoque ratio DC, ad lunulam componitur ex rationibus DC, ad AHBC, & huius ad lunulam; ergo ablata hinc inde eadem ratione DC, ad AHBC, remanebunt æquales rationes AHBC, ad lunulam, & BC, ad CK. Quod &c.

COROLLARVIM.

Per conuerſionem ergo rationis, erit AHBC, ad trilineum vt CB, ad BK. Et diuidendo, lunula ad trilineum, vt CK, ad KB.

PROPOSITIO VIII.

In ambobus ſchematibus ſi ducantur BP, ſecans curuam BLA, vbilibet in L, & GHLK, parallela AC: ſemper CP, HK, ſunt æquales.

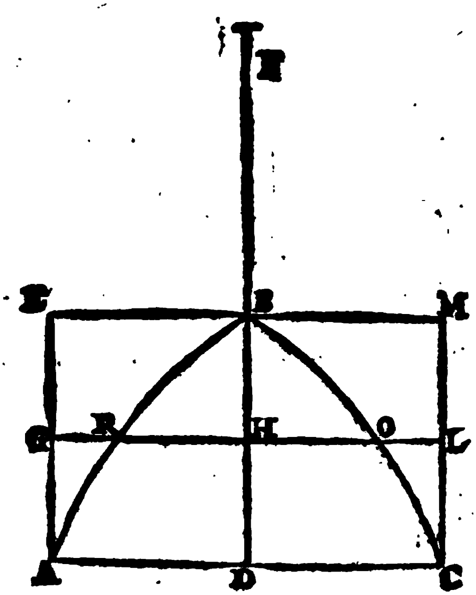
HOc verificatur in ambobus ſchematibus, vt applicanti demoſtrationem patebit, licet cælator non duxerit BLP, niſi in prima figura. Cum enim ſit vt GK, ad KH, ſic IK, ad KL; & cum vt IK, ad KL, ſic AC, ad CP; erit GK, ad KH, vt AC, ad CP. Et permutando, Sed GK, AC, æquales; ergo & HK, PI, æquales. Quod &c.

SCHOLIVM.

Conſtruximus ſupradictam propoſitionem propter ſe ipſam tantum; licet alia ex ipſa non deducamus. Et hæc de infinitis ſpiralibus; licet harum doctrina ad plura prorogari poſſit.

DE INFINITIS HYPERBOLIS, & alijs Geometricis.

IN calce lib. 5. quem *De Infin. Parab.* nominauimus, quædam infinita ſolida conſiderauimus *Conoidea Hyperbolica appellitata*, quorum tùm menſuras, tùm grauitatis centra aſſignata fuere. Talis verò ipſorum extabat natura; vt in ſchemate ibidem appoſito, infràque repetito, vt quadratum AD, ad quadratum RH (exiſtentibus AD, RH, quibuslibet ordinatim ad diametrum BD, applicatis) ità foret differentia quarumlibet poteſtatum ſimilium DF, FB, ad differentiam ſimilium, & homogenearum poteſtatum HF, FB (exiſtente FB, ſemidiametro tranſuerſa.) Modò infinita conoidea Hyperbolica alterius generis conſideranda veniunt; in quibus ſit vt rectangulum FDB, ad rectangulum FHB (exiſtente FB, diametro tranſuerſa) ſic quælibet poteſtas AD, ad ſimilem poteſtatem RH. Si ergo ſit in ratione dictorum rectangulorum AD, ad RH; ABC, erit prima Hyperbola, ſiuè linearis. Si quadratum ad quadratum; ſecunda, ſiue quadratica. Si cubus ad cubum; tertia, & cubica. Et ſic in altioribus poteſtatibus. Atquì non modò conſiderare libet expoſitas hyperbolas infinitas, in quibus ratio poteſtatis AD, ad poteſtatem RH, ſit vtcunque multiplicata proportionis AD, ad RH; verum etiam, in quibus proportiones poteſtatum AD, RH, ſint ad ſimplicem proportionem AD, ad RH, in quacunque pro-

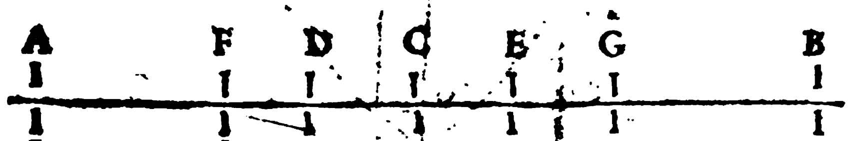


portione. Nempè, vt non modò ratio poteſtatum AD, RH, ſit duplicata, triplicata, quadruplicata proportionis ſimplicis AD, ad RH; ſed etiam ſeſquialtera, ſeſquitertia, &c. dupla, tripla ſeſquialtera, ſeſquitertia, &c. Nihilominus exemplificando, conſiderabimus eas poteſtatum integrarum. Lector quippè aſſuetus noſtris operibus, nullo negotio àgnoſcet quo pacto doctrinæ quædam inferiùs tradendæ verificentur de omnibus. In primis autem menſurabimus annulos quosdam latos ex ipſis genitos. Sed prius vniuerſaliùs proponemus, & probabimus *prop. 25. miſcell. hyperbo.* anteque omnia 24, apprimè neceſſariam ex eodem tranſcribemus.

PRO-

PROPOSITIO I.

Si recta AB, ſecetur in C, biſariam, & in D, E, æquè remotè à C, eodemque modo in F, G. Rectangulum AGB, erit exceſſus rectanguli AEB, ſupra rectangulum FEG.

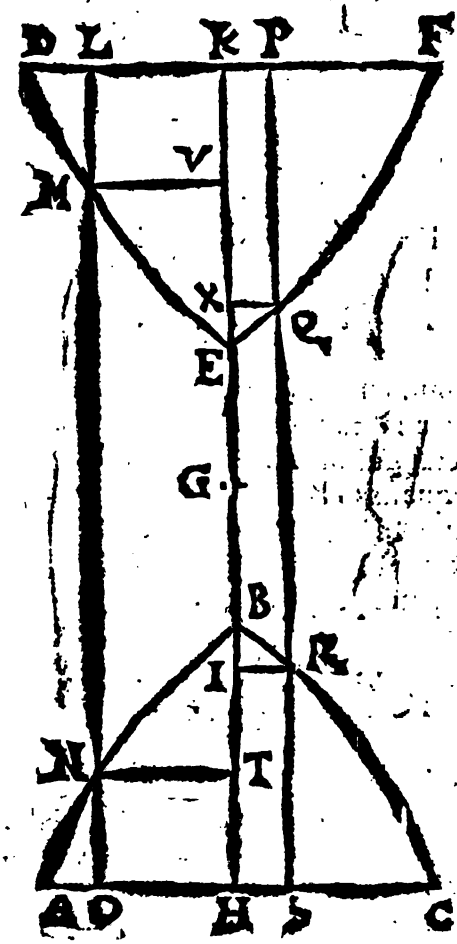


Nam rectangulum AEB, diuiditur in rectangula AEG, & AE, GB. Pariter rectangulum AEG, diuiditur in rectangula FEG, & in rectangulum AF, EG; ſeu EGE, quia AF, ex hypotheſi, eſt æqualis GB. Ergo exceſſus rectanguli AEB, ſupra rectangulum FEG, eſt rectangulum AE, GB, cum rectangulo EGB; quæ duo rectangula ſunt æqualia rectangulo AGB. Quare patet propoſitum.

PROPOSITIO II.

Si in oppoſitis hyperbolis poſitibus cuiuſcunque gradus ducantur parallelæ lateri tranſuerſo, occurrentes æqualibus ad diametrum applicatis in ambabus hyperbolis: rectangula ſub partibus ipſarum oppoſitarum ab eadem curua hyperbola, erunt ad inuicem, ut differentia poteſtatum dimidia baſis, & interceptarum inter ipſas, & diametrum.

ABC, DEF, ſint oppoſitæ hyperbolæ cuiuſcunque gradus, quarum latus tranſuerſum EB; DF, AC, ſint æquales ordinatim applicatæ ad diametros æquales HB, EK; & ſint ductæ LO, PS, KH, parallelæ. Dico rectangulum LNO, eſſe ad rectangulum PRS, vt differentia poteſtatum AH, HO, congruentium hyperbolis, ad ſimilem differentiam poteſtatum CH, HS. Applicentur ordinatim MV, NT, QX, RI, vt



in ſchemate. Quoniam, ex hipotheſi, rectangulum EHB ſiuè KBH, eſt ad rectangulum ETB, ſiuè VBT, vt poteſtas AH, congruens hyperbolæ, ad ſimilem poteſtatem NT, ſiuè OH; ergo per conuerſionem rationis, erit rectangulum KBH, ad rectangulum KTH, exceſſum ipſius ſupra rectangulum VBT, *ex prop. ant.* vt poteſtas AH, ad ſui exceſſum ſupra ſimilem poteſtatem HO. Conuertendoque, rectangu-

lum

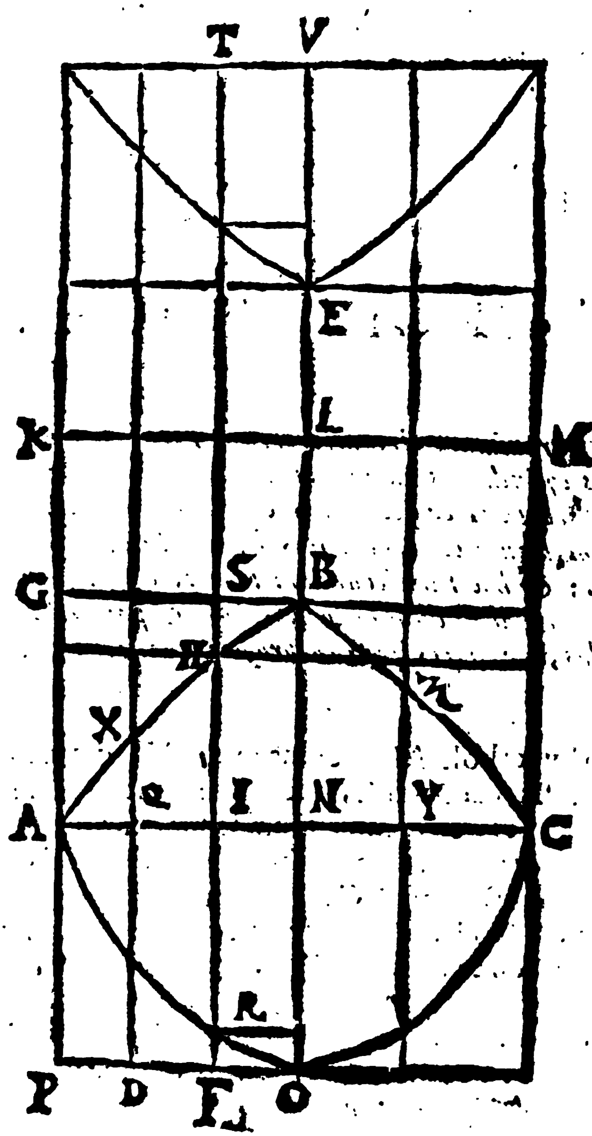
lum KTH, ſiuè LNO, erit ad rectangulum KBH, vt differentia poteſtatum AH, HO, ad poteſtatem AH, ſiuè HC. Eodemque modo probabitur rectangulum KBH, fore ad rectangulum PRS, vt poteſtas HC, ad differentiam ipſius, & poteſtatis HS. Ergo ex æquali, rectangulum LNO, erit ad rectangulum PRS, vt differentia poteſtatum AH, HO, ad differentiam poteſtatum CH, HS. Quod &c.

PROPOSITIO III.

Parallelogrammum circumſcriptum parabolæ, eſt ad ipſam, vt tubus cylindricus ex gyratione parallelogrammi circumſcripti hyperbolæ circa ſecundam coniugatam diametrum, ad annulum latum ex reuolutione hyperbolæ circa eandem diametrum; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales: dummodo hyperbola & parabola ſint eiuſdem gradus, & baſes ipſarum proportionaliter ſecentur.

ESto hyperbola ABC, cuius axis BN; diameter tranſuerſa EB, centrum L; ſecunda diameter KM; parallelogrammum ei circumſcriptum CG: pariter ſit parabola AOC, eiuſdem gradus cum hyperbola, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo PC. Dico tubum cylindricum ex reuolutione CG circa KM, eſſe ad annulum latum ex reuolutione ABC circa eandem KM, vt parallelogrammum PC, ad AOC, parabolam. In AC, ſuppoſita communi baſi parabolæ, & hyperbolæ, accipiatur arbitrariè punctum I, per quod agatur FIT, parallela CG, ſecans omnia vt in ſchemate. Quoniam *ex prop. ant.* poteſtas AN eſt ad exceſſum ipſius ſupra ſimilem poteſtatem NI, vt rectangulum VBN, ad rectangulum THI; & vt rectangulum ad rectangulum, ſic armillæ circularis ex NB, circa KM, ad armillam circularem ex IH circa eandem: & vt poteſtas AN, ad ſui exceſſum ſupra ſimi-

lem



ſem poteſtatem IN, ſic NO, in parabola ad RI, *ex prop.* 22. *lib.* 9. *de inf. parab.* Ergo vt armilla ex NB, ſeu SI, circa KM, ad armillam ex HI, ſic NO, ſeu IF, ad IR. Et ſic ſemper.

Ergo

Ergo vt omnes armillæ ad omnes armillas; nempè vt tubus ex parallelogrammo, ad annulum ex hyperbola, ſic parallelogrammum ad parabolam; vt lector proprio marte concludere poterit, ſequendo veſtigia *prop. 26. noſtri miſcell. hyperb.* Ergo &c. Quod &c.

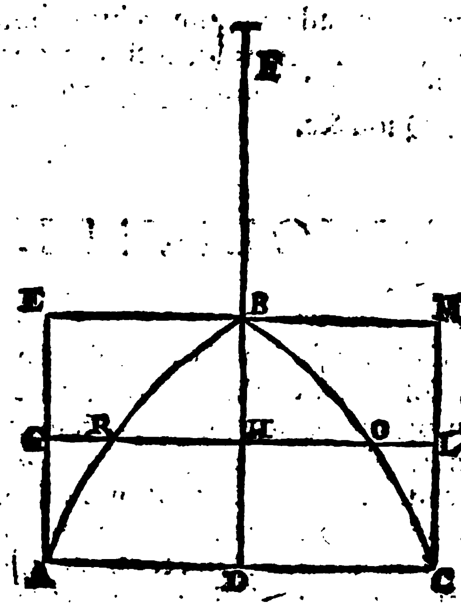
SCHOLIVM I.

Sequitur ex his, parabolam AOC. ſolidum ex ABC; trilineum APO, ſolidum ex trilineo ABG, fore bina, & bina quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam grauitate. *Vnde omnia deducta in ſcholijs prop. 26. citata* tam quoad proportiones tuborum ad partes annuli, quam quoad aliarum partium centra grauitatis, poterunt, *vt* ibidem, elici. Deducemus ergo, & obtinebimus tùm menſuras, tùm grauitatis centra infinitorum ſolidorum; vt in præfatis ſcholiis.

SCHOLIVM II.

Porrò quiſpiam ſecum reputans infinita conoidea hyperbolica conſiderata *in lib. 5.* menſurata fore; nec non ex præſentibus menſurari ſecundum, quod eſt ordinarium; facilè in eam ruet ſententiam, omnia hæc nimirum menſurari poſſe. Aſt valdè decipietur. Vel ſi hoc obtinuerit, hyperbolæ ordinariæ quadratura ipſum haud latebit. Quod ſic oſtendimus. In ſchemate ſequenti, ABD, ſit ſemihyperbola quadratoquadratica, in qua nimirum ſit vt rectangulum FDB, ad rectangulum FHB, ſic quadratoquadratum AD, ad quadratoquadratum RH; DBC, autem ſit ſemihyperbola quadratica, vt in eadem ratione rectangulorum ſit quadratum DC, ad quadratum HO. Ergo erit etiam

vt



vt quadratoquadratum AD, ad ſimile RH, ſic quadratum DC, ad quadratum HO. Et ſubduplicando proportiones, erit quadratum AD, ſiuè GH, ad quadratum HR, ſic LH, ad HO. Ex quibus facilè concludemus, fore vt cylindrus ex E D, circa BD, ad conoides ex ABD, ſic parallelogrammum BC, ad ſemihyperbolam DBC. Quare habetur quadratura ſemihyperbolæ ordinariæ. Idcircò valdè ſuſpicor omnia hæc ſolida menſurabilia haud fore noſtris viribus.

SCHOLIVM III.

Prima hyperbola, quam linearem diximus, aliud non eſt quam ſegmentum trilinei parabolici quadratici reſecti linea diametro parallela, vt facilè patebit perluſtranti *prop.* 15. &

16. & 17. *par. p. miſcell. noſtri Geom.* nec non *prop.* 19. *lib.* 5. *de Infin. parab.* Quare cum *in ſchol.* 1. & 2. *prop.* 15. *lib.* 3. *de Infin. parab.* tradita ſit ratio cylindri circumſcripti ad ſolidum ortum ex rotatione ipſius circa ſuum axim; nec non *ex prop.* 37. reperiatur eiuſdem centrum grauitatis; habebimus quoque quadraturam, & centrum æquilibrii alterius nouæ figuræ nunc explicandæ.

Supponamus DBC, fore ſemihyperbolem linearem, cum reliquis (licet ſchema non exprimat, quia conuexitas BOC, debet eſſe interior;) ABD, verò talis ſit figura, vt ſemper AD, ſit ad RH, in duplicata ratione rectanguli FDB, ad rectangulum FHB, ſiue vt quadratum DC, ad quadratum OH.

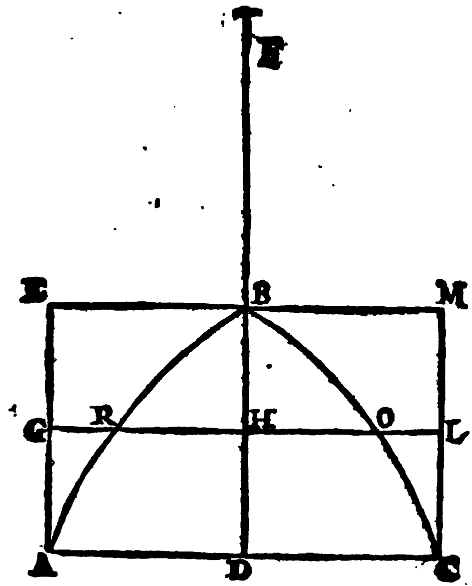
Dico in primis, dictæ figuræ dari quadraturam. Erit autem rectangulum ED, ad ipſam, vt cylindrus ex BC, ad conoides ex DBC. Nimirum vt quadratum DF, ad quintam partem quadrati DB, cum triente quadrati BF, & cum dimidio rectanguli DBF. Item patet in DB, dari centrum æquilibrii, quod erit idem cum centro grauitatis conoidis.

Ex quibus dabitur ratio cylindri ex ED, ad ſolida ex ſemifigura, ſiue circa AD, ſiue circa EB. Quare nec ratio ipſorum ſolidorum ad inuicem ignorabitur.

SCHOLIVM. IV.

Nec videtur omittendum indicare, qualiter ex dictis, facilè habeamus & rationem omnium quadratoquadratorum rectanguli circumſcripti hyperbolæ quadraticę, ad omnia quadratoquadrata ipſius; & omnium poteſtatum in aliis, quarum exponentes ſint dupli poteſtatum ipſarum. Senſus noſter hic eſt.

ABD, ſit ſemihyperbola linearis, DBC, ſit quadratica, vt ſit ſicuti AD, ad RH, ſic DC, quadratum ad HO, quadratum. Vndè concludetur, vt omnes lineas ED, ad omnes lineas ABD, ſic omnia quadrata BC, ad omnia quadrata DBC. Cum ergo etiam ſit vt quadratum AD, ad quadratum RH, ſic biquadratum DC, ad biquadratum HO; facilè elicere

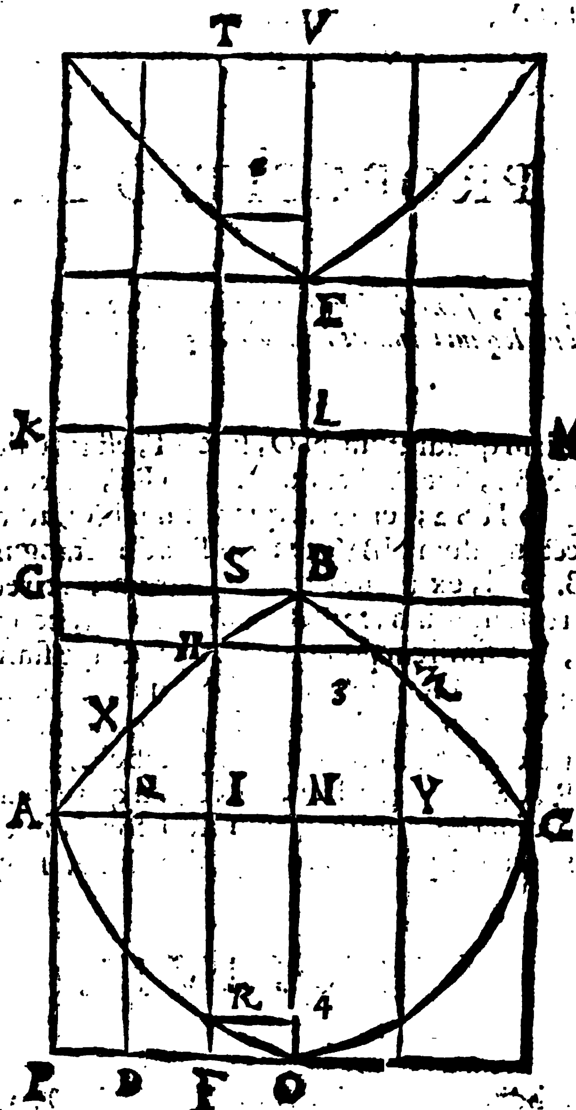


poterimus, vt omnia quadrata ED, ad omnia quadrata ABD, ſic omnia biquadrata BC, ad omnia biquadrata DBC. Quum ergo detur ratio omnium quadratorum ED, ad omnia quadrata ABD; quæ eſt eadem cum ratione cylindri ad conoides; dabitur ratio biquadratorum BC, ad biquadrata DBC. Sic ſi DBC, ſit ſemihyperbola cubica, patebit eodem modo dari rationem omnium cubocuborum BC, ad omnes cubocubos DBC. Et ſic in alijs.

SCHOLIVM V.

Porrò ulterius procedentes conſideremus infinitas hyperbolas initio expoſitas, ſiue ſemihyperbolas ABN, quæ intelligantur rotari circa ſecundam coniugatam diametrum KM. Iam *in prop.* 3. aſſignauimus rationem tubi cylindrici ex rectangulo GN, circa GB, tam ad annulum ex trilineo GAB, quam ad annulum ex ſemihyperbola ABN. Collegi-

mus



mus enim has proportiones ex iis, quas habet rectangulum PN, ad trilineum APO, & ad ſemiparabolam AON, eiuſdem gradus cum hyperbola. Nunc cogitemus rectangulum PN,

cuius latus NO, ſit media proportionalis inter NB, BV; & ducta FT, OV, parallela, quadratum FR, ſit æquale rectangulo HS 2, & per O, A, & per omnia puncta R, tranſeat curua ARO.

PROPOSITIO IV.

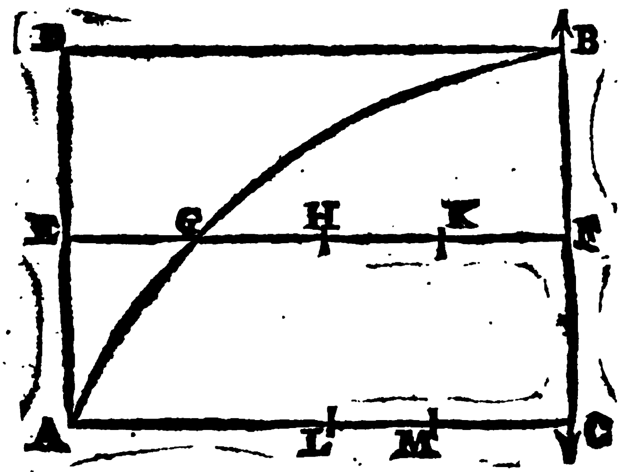
Figura AON, ſunt infinitæ ſemiparabolæ vnius intermediæ, de quibus loquuti ſumus initio lib. 5. de Inf. parab.

QVoniam quadratum NO, ſiue IF, eſt æquale rectangulo NBV, ſiue ST; & quadratum RF, eſt æquale rectangulo HS 2; ergo vt quadratum NO, ad quadratum FR, ſic rectangulum NBV, ſeu ENB, ad rectangulum HS 2, ſiue E 3 B. Sed, ex natura hyperbolarum, vt rectangulum ENB, ad rectangulum E 3 B, ſic poteſtas AN, congruens hyperbolæ, ad ſimilem poteſtatem H 3; nempe ſimilem poteſtatem R 4 (ducta R 4, parallela AN, quia æqualis IN, ſeu H 3.) Ergo & vt quadratum NO, ad quadratum FR, ſiue O 4, ſic poteſtas AN, congruens hyperbolæ, ad ſimilem poteſtatem R 4. Sed vt quadratum NO, ad quadratum O 4, ſic poteſtas ordinatim applicatarum in dictis infinitis parabolis, vt experienti patebit, & vt explicabitur. Ergo &c.

SCHOLIVM.

Si hyperbola ſit linearis, vt quadratum NO, ad quadratum O 4, ſic AN, ad R 4. Sed ſic in trilineo parabolico quadratico; ergo AON, eſt tale; nempe prima parabola illius ſeriei.

Si hyperbola ſit ſecunda, eſt vt quadratum NO, ad quadratum



dratum O 4, ſic quadratum A N, ad quadratum R 4. Ergo AON, triangulum, & ſecunda illius ſeriei. In tertia, vt quadratum NO, ad quadratum O 4, ſic cubus AN, ad cubum R 4, vt in parabola intermedia inter triangulum, & parabolam quadraticam. Cum enim in ipſa ſit NO, ad O 4, in ſeſquialtera proportione AN, ad R 4; erit quadratum NO, ad quadratum O 4, in triplicata proportione AN, ad R 4; nimirum vt cubus ad cubum. Et ſic in aliis.

Amantiſſimus Præceptor noſter Caualerius *in exercit. 4. ſchol. 4. ad prop. 34.* fatetur non conſtare ſibi rationes omnium cuborum quadrati circumſcripti quadranti circuli, ad omnes cubos ipſius quadrantis, illis verbis. *De ratione cuborum nihil mihi conſtat.* Conſtabit autem nobis, ſi ſequentem vniuerſaliſſimam Propoſitionem præmittamus.

PROPOSITIO V.

Sit rectangulum DC, cum qualibet ſemifigura ABC, quæ rotentur circa BC, & ſolida rotunda genita ſecentur plano tranſeunte

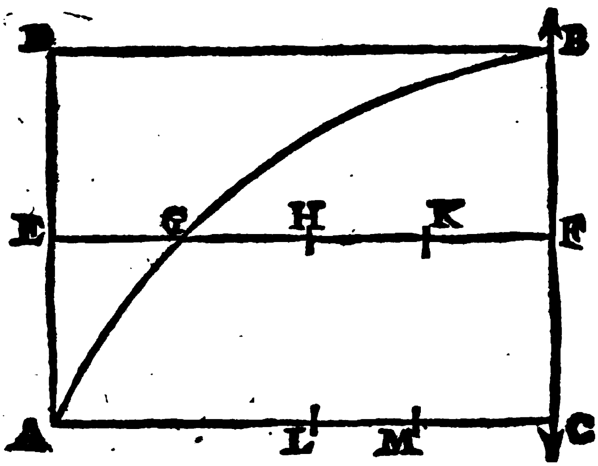
ſeunte per BC, erecto ſupra rectangulum DC, & ſemicylindrus ex DC, cum ſemiſolido ex ABC, librentur ex BC. Momentum ſemicylindri, ad momentum ſemiſolidi, erit vt omnes cubi rectanguli DC, regula AC, ad omnes cubos ſemifiguræ, iuxta eandem regulam.

DVcatur arbitrariè EGF, & intelligantur ſemicirculi radiorum EF, FG, erecti plano DC, appenſi ex F, ſecundum horizontalem EF; & ſemicirculi radii EF, ſit centrum grauitatis H, ſemicirculi verò radii GF, ſit centrum grauitatis K. Oſtendunt communiter Mechanici, quorum vnus Caualerius *exercit.5. prop. 6. Quorumcunque grauium à quibuslibet diſtantijs ſuſpenſorum momenta fore in ratione compoſita ex ratione diſtantiarum, & grauitatum.* Ergo ratio momenti ſemicirculi radij EF, ad momentum ſemicirculi radii GF (ſi hi ſint ſuſpenſi ſecundum ſua centra grauitatis H, K) compoſita erit ex ratione grauitatis vnius ad grauitatem alterius; ſeu magnitudinis ad magnitudinem; nempe quadrati EF, ad quadratum FG; & ex ratione HF, ad FK. Sed vt HF, ad FK, ſic EF, ad FG (quia HF, KF, ſunt partes proportionales EF, FG, quia centra grauitatis in ſemicirculis ſunt ſimiliter poſita.) Sed hæ duæ rationes componunt rationem cubi ad cubum. Ergo momenta hæc ſunt vt dicti cubi. Et ſic in omnibus. Ergo & momentum ſemicylindri ad momentum ſemiſolidi, vt omnes cubi ad omnes cubos. Quod &c.

SCHOLIVM.

Qotieſcunqne ergo habebimus rationem omnium cuborum rectanguli DC, ad omnes cubos ſemifiguræ ABC, necnon rationem cylindri ex DC, ad ſolidum ex ABC, circa BC; ſi hæc ſubtrahatur à priori, reliqua erit ratio diſtantiæ centri grauitatis ſemicylindri à recta BC, ad diſtantiam centri grauitatis ſumiſolidi ab eadem. Et ſi ſubtrahatur ratio

diſtan-



diſtantiarum centrorum, reliqua erit ratio ſolidorum. Cumque ex ſuppoſita quadratura circuli detur diſtantia centri grauitatis ſemicylindri, dabitur & reliqua. E contra ſi dantur rationes ſolidorum, & diſtantiarum, ſi hæ addantur ſimul, conſurget ratio cuborum.

Quam vniuerſalis ergo ſit præſens propoſitio, & quot centra grauitatis medietatum ſolidorum circa axim liceat aſſignare in infinitis conoidibus, & infinitis aliis ſolidis, videat lector; nos enim breuitati conſulentes, circa hoc non imoramur. Solum ex hac eliciemus ſequentem notitiam Caualerio incognitam.

PROPOSITIO VI.

Omnes cubi rectanguli ſunt ad omnes cubos quadrantis circuli ſumptos, vt dictum eſt, vt rectangulum ad $\frac{3}{4}$ quadrantis.

Ex *prop. ant.* omnes cubi DC, ſunt ad omnes cubos quadrantis ABC, vt momentum ſemicylindri ex DC, circa BC,

BC, ad momentum quadrantis ſphæræ ex ABC, circa BC. Ratio momenti ad momentum componitur ex ratione ſemicylindri ad quadrantem ſphericum, & ex diſtantia eius centri grauitatis à BC, ad diſtantiam centri grauitatis quadrantis ſphærici ab eadem BC, *ex Caualerio citato*. Sit L, centrum grauitatis ſemicirculi radij AC; & conſequenter LC, diſtantia centri grauitatis ſemicylindri à BC. Item ſit M, centrum grauitatis hemiſphærij ex ABC, circa AC; & conſequenter MC, diſtantia centri quadrantis ſpherici circa BC, ab ipſa BC. Ergo MC, erit $\frac{3}{8}$ AC, vt oſtenditur à plurimis, & à nobis pluribus in locis. Ergo cuborum DC, ratio ad cubos ipſius ABC, compoſita erit ex ratione ſemicylindri ad quadrantem ſphæricum, & ex ratione LC, ad MC. Cum verò *ex prop. 3. vniuerſali lib. 3. de Infin. parab.* ratio cylindri ad hemiſphærium, & conſequenter ſemicylindri ad quadrantem, ſit compoſita ex rationibus DC, ad ABC, & dimidiæ AC, ad LC: ergo ratio cuborum DC, ad cubos ABC, compoſita erit ex rationibus DC, ad ABC; $\frac{1}{2}$ AC, ad LC; & LC, ad MC. Quæ duæ vltimæ cum faciant rationem $\frac{1}{2}$ AC, ad MC; ergo cubi ad cubos erunt in ratione compoſita DC, ad ABC, & $\frac{1}{2}$ AC, ad MC. Nimirum erunt vt factum ſub DC, in $\frac{1}{2}$ AC, ad factum ſub ABC, in MC. Nimirum vt factũ ſub $\frac{4}{3}$ DC, in MC, æquale ſub DC, & ſub $\frac{1}{2}$ AC, ad idem factum ſub ABC, & ſub MC. Nimirum vt $\frac{4}{3}$ DC, ad ABC. Nimirum vt DC, ad $\frac{3}{4}$ ABC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Omnes ergo cubi DC, ad omnes cubos ABC, erunt proximè vt 14, ad 8 $\frac{1}{4}$.

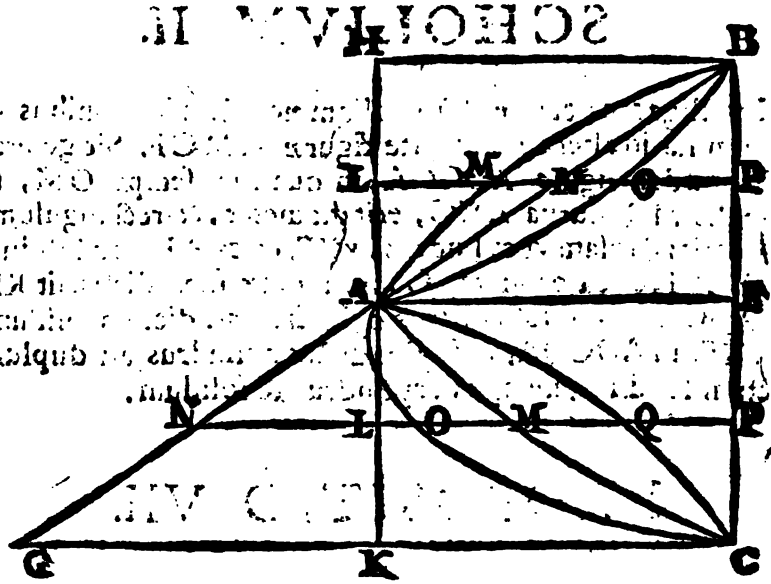
Sed ſi AGBC, eſſet quadrans ellipſis, quia hic proportionaliter analogus cum quadrante circuli; daretur ratio cuborum, vt de circulo explicatum eſt.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Sit BMAMC, qualibet figura circa diametrum AF, ſitque HC, parallelogrammum circumſcriptum; BGC, verò ſit triangulum, & ducta LP, vbilibet parallela AF, ſit ſemper vt LP, ad PM, ſic NP, ad PO, & per omnia puncta O, tranſeat curua BOAOC. Erit figura BOAOC, æqualis ipſi BMAMC.

LP, ſunt ductæ æquè remotæ ab E, parallelæ AF. Quoniam triangula HAB, GAK, ſunt æqualia in omnibus, & per omnia, & duæ AL, hinc indè ſunt æquales; ergo & LN, hinc inde erunt æquales. Quare additis ipſis NP, verſus B, & LP, verſus C; duæ LP, erunt æquales duabus NP. Cum verò ſit vt LP, ad PM, ſic NP, ad PO; erunt & vt duæ LP, ad duas MP, ſic duæ NP, ad duas PO. Et permutando. Sed duæ LP, ſunt æquales duabus NP; ergo & duæ MP, erunt



æquales duabus OP. Et hoc ſemper; ergo & figuræ æquales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

In geneſi ergo huiuſce figuræ facilè cognoſcimus, lunulas BMAOB, AOCMA, æquales fore, & proportionaliter analogas, adeò vt partes ad A, terminantes ſint homologæ. Centra ergo æquilibrii ipſarum appenſarum ſecundum BF, FC, ſecabunt eodem modo BF, FC, vt partes ad F, terminatæ, ſint æquales, & homologæ. Inſuper cum *in prop. 1. ſuper. de Infinit. Spira.* oſtenſum ſit rectangulum HF, eſſe ad lunulam BMAOB, vt duplus cylindrus ex HF, circa AF, ad ſolidum ex BMAF, circa AF; erit etiam vt duplus cylindrus ad illud ſolidum, ſic KF, ad lunulam AOCMA.

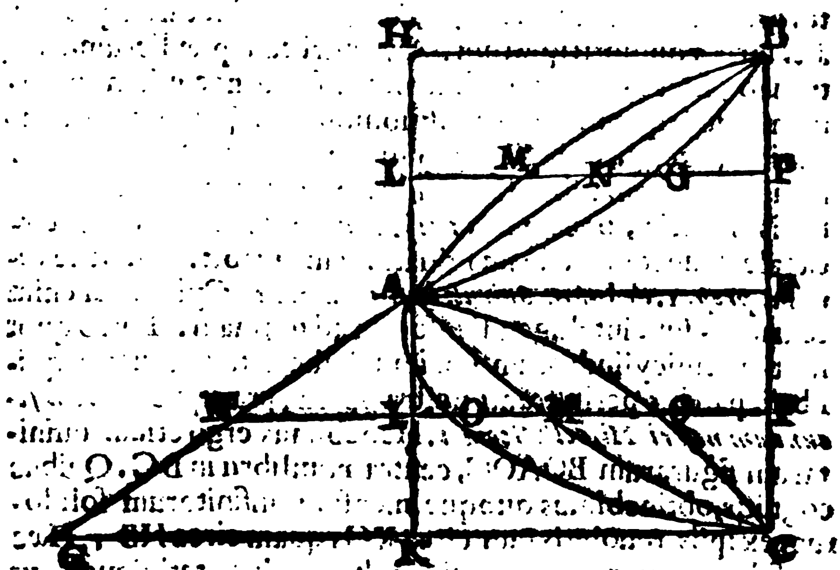
SCHOLIVM II.

Intelligamus curuæ BOA, aliam æqualem in omnibus & per omnia in altera medietate figuræ AMCF. Sic genita erit quædam figura AOCQA; in qua cum ſemper OM, ſit æqualis MQ; curua AMC, erit diameter; & rectangulum FK, erit ad ipſam vt cylindrus ex KF, circa AF, ad ſolidum ex AMCF, circa eandem. Cum enim, ex ſupradictis, ſit KF, ad AOCMA, vt duplus dictus cylindrus ad dictum ſolidum; erit KF, ad AOCQA, vt duplus dictus cylindrus ad duplum dictum ſolidum; nempe vt cylindrus ad ſolidum.

PROPOSITIO VII.

In ſchemate eodem eſt LP, ad PO, vt quadratum LP, ad rectangulum MPN.

Nam



NAm proportio LP, ad PO, componitur ex ratione LP, ad PN, & huius ad PO, ſed vt NP, ad PO, ſic LP, ad PM; & ex duabus rationibus LP, ad PN, & LP, ad PM, componitur ratio quadrati LP, ad rectangulum MPN. Ergo vt LP, ad PO, ſic quadratum LP, ad rectangulum MPN. Quod &c.

SCHOLIVM.

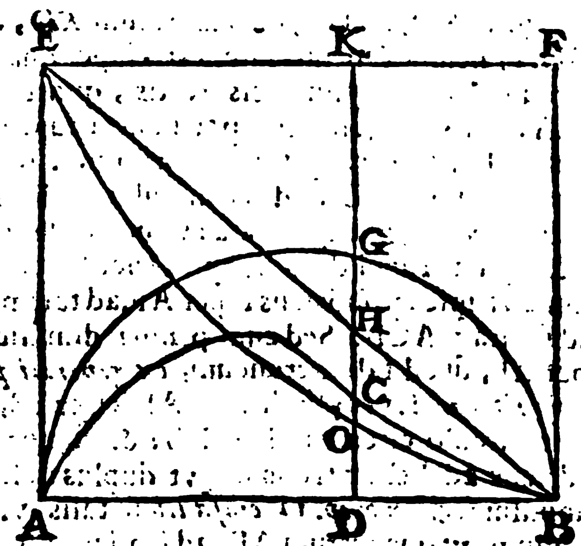
Cum verò mentè intellecto ſuper figura BMAMC, cylindrico recto, cuius altitudo GC, intellecta erecta ſuper BC, cum toto triangulo BGC, ſecto diagonaliter plano tranſeunte per G, & per B, ſemper rectangulum MPN, ſit æquale rectangulo erecto ſuper MP, in illo trunco; patebit aſſueto doc-

trinis noſtrorum operum, figuram BOAOC, & truncum prædictum, qui erit dimidium cylindrici prædicti, fore quantitates proportionaliter analogas; & idcircò BC, ſecari æqualiter à centris æquilibrii ipſorum. Cylindri cum prædictum, cum trunco, non exprimimus ſchemate, ſicuti nec etiam exprimemus in ſequentibus propoſitionibus, in quibus ſunt ſemper intelligendi, ad fugiendum nimium laborem neceſſarium in talibus ſchematibus formandis. Sed lector aſſuetus doctrinis noſtris, præcipuè *in lib. 2. de Infin. parab.* notatis circa tales truncos, facilè imaginationem iuuabit. Sed bene recolat *prop. 1. de Infin. Spiral. huius tractatus*. Cylindrici enim & trunci, ſunt intelligendi ipſorum ad normam. Porrò quot talium ſemicylindrorum poſſimus habere talia centra æquilibrii, patebit perluſtranti noſtra opera; præcipuè *partem ſecundam noſtri Miſcell. Geomet.* Habebimus ergo etiam infinitarum figurarum BOAOC, centra æquilibrii in BC. Quibus cognitis, obtinebimus quoque menſuras infinitorum ſolidorum ex ipſis reuolutis tam circa KC, quam circa HB. Hæc conſideret lector. Nos quippè hæc ſolum tetigimus, vt præmitteremus vniuerſalia hæc ad ſolutionem duorum, quæ nobis aliquandò propoſuit vir eximius, ac nulli Geometræ ſecundus Renatus Franciſcus Sluſius Leodienſis, vt noſtræ methodi periculum faceret. Primum propoſitum erat.

Sit data recta AB, & in ipſa quodlibet punctum D; fiatque vt quadratum AB, ad rectangulum ADB, ſic quadratum BD, ad quadratum DC; & ſic ſemper quoadusque deſcribatur curua ACB. Proponitur inuenienda quadratura huius ſpatii ACB (ſuppoſita quadratura circuli, ſi opus ſit) & ſolidum genitum ex ipſius reuolutione circa AB.

Hæc problemata facilè ſoluere poſſumus ex antecedentibus, vel ad eorum normam.

PRO-



PROPOSITIO VIII.

Figura ACB, eſt æqualis dimidio ſemicirculi diametri AB.

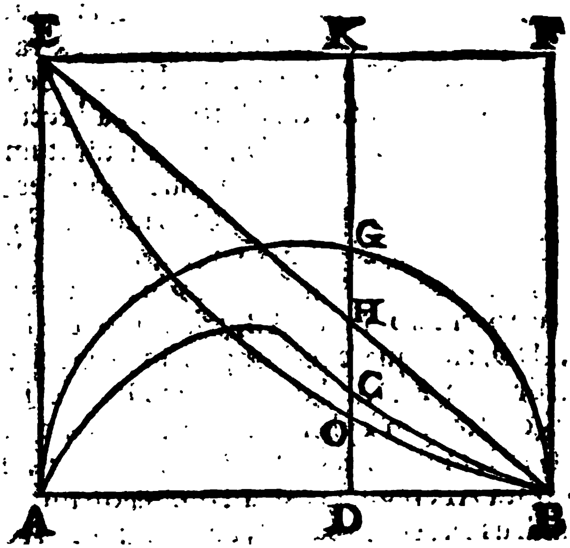
SVper diametro AB, fiat ſemicirculus, & quadratum AF, & ducatur EB; DC, autem producatur vſque dum ſecet circumferentiam in G, rectam EB, in H, & rectam EF, in K. Quia EA, AB, ſunt æquales, ergo ſemper æquales BD, DH. Pariter ſemper rectangulum ADB, eſt æquale quadrato DG. Cum ergo ſit ſemper vt quadratum AB, ſeu KD, ad rectangulum ADB, ſeu ad quadratum DG, ſic quadratum DB, ſeu DH, ad quadratum DC; erit etiam vt KD, ad DG, ſic HD, ad DC. Sed ratio KD, ad DC, componitur ex ratione ipſius ad DH, & huius ad DC; & vt DH, ad DC, ſic KD, ad DG. Ergo ratio KD, ad DC, componetur ex rationibus KD, ad DH, & KD, ad DG. Sed ex his

quoque componitur ratio quadrati KD, ad rectangulum GDH. Ergo vt KD, ad DC, ſic quadratum KD, ad rectangulum GDH; nempe (mente intellectis ſuper quadrato AF, & ſemicirculo AGB, cylindricis rectis, quorum altitudo æqualis EA, ſectis diagonaliter per puncta ſuperius, & B, vt triangulum EAB, intelligatur eleuari ſupra AB) ſic quadratum erectum ſuper KD, ad rectangulum GDH. Et hoc ſemper. Ergo vt omnia quadrata cylindrici ſuper AF, ad omnia rectangula trunci dimidij cylindrici ſuper ſemicirculum; nempe vt ipſe cylindricus ſuper AF, ad talem truncum, ſic AF, ad figuram ACB. Sed cum priſma dimidium cylindrici ſuper AF, ſit ad talem truncum, *ex generali propr. 10. lib. 2. de infinit. parab.* vt cylindrus ex AF, circa FB, ad annulum ex ſemicirculo circa eandem FB; & conſequenter totus cylindricus ad dictum truncum, vt duplus cylindrus, ad dictum annulum; *& ex prop. 11. eiuſd lib.* ſit talis cylindrus ad talem annulum, vt quadratum AF, ad ſemicirculum; & conſequenter duplus cylindrus ad dictum annulum, vt duplum AF, ad ſemicirculum. Erit etiam AF, ad ACB, vt duplum AF, ad ſemicirculum; nempe vt idem AF, ad medietatem ſemicirculi. Erit ergo ACB, æqualis medietati ſemicirculi. Quod &c.

SCHOLIVM.

Notetur autem, quod dicta figura ACB, quæ eſt medietas figuræ in prop. 6. conſideratæ, eſt etiam cum ipſa proportionaliter analoga; & cum ſemicylindro ſuper ſemicirculo exſtante ſecto diagonaliter, vt ſupra dictum eſt. Quare centrum æquilibrij figuræ appenſæ ſecundum AB, ſecabit ipſam in eodem puncto, in quo ſecatur à centro præfatæ figuræ integræ, ſeu præfati ſemicylindri.

PRO-



PROPOSITIO IX.

Cylindrus ex AF, circa AB, eſt ad ſolidum ex ACB, circa eandem, ut 20. ad 1.

FIant omnia, quæ ſupra. Quadratum ex KD, ad quadratum ex DC, habet rationem compoſitam ex ratione ipſius ad quadratum ex DH, ſiue quadrati AB, ad quadratum DB; & quadrati DH, ſiue DB, ad quadratum DC; nempe ex datis, quadrati AB, ad rectangulum ADB. Sed ex his componitur quoque ratio biquadrati AB, ad factum ſub cubo BD, in AD. Ergo quadratum DK, erit ad quadratum DC, vt biquadratum AB, ad factum ſub cubo DB, in DA; nimirum erit in ratione compoſita ex ratione cubi AB, ad cubum DB, & AB, ad AD.

Baſi EA, & diametro AB, ſit trilineum parabolicum cubicum

bicum EOBA. Ergo vt cubus *K*D, ad cubum DH; ſiue vt cubus AB, ad cubum BD, ſic KD, ad DO. Quare ratiò quadrati KD, ad quadratum DC, compoſita erit ex rationibus KD, ad DO, & AB, ad DA; ſiue *K*D, ad KH. Sed ex his rationibus componitur ratio quadrati *K*D, ad rectangulum ſub DO, HK; ergo quadratum KD, ad quadratum DC, & ad rectangulum DO, HK, habebit rationes æquales. Quare hæc plana erunt æqualia. Sed intellectis ſuper AF, & ſuper trilineo EOBA, cylindricis rectis æquealtis altitudinis EA, ſectis per FB, inferiorem, & ſuperiorem parallelam EA, & in ipſis intellecto erecto ſuper AB, triangulo EAB, rectangulum KH, DO, eſt æquale rectangulo in trunco ſuperiori. Ergo vt quadratum KD, ad quadratum DC, ſic idem quadratum KD, erectum in cylindrico ſuper AF, ad rectangulum ſub *K*H, DO, in dicto trunco. Et ſic ſemper. Ergo vt omnia quadrata AF, regula EA, ad omnia quadrata ACB; ſiue vt cylindrus ex AF, circa AB, ad ſolidum ex ACB, circa eandem, ſic omnia quadrata cylindrici ſuper AF, ad omnia rectangula prædicti trunci; nempe ſic cylindricus ad truncum. Sed cyliudricus eſt ad dictum truucum vt duplus cylindrus ex FA, circa EA, ad ſolidum ex trilineo EOBA, circa EA, *ex prop. 10. lib. 2. de Inf. parab.* nempe *ex prop. 15. eiuſd. lib.* vt 40. ad 2. ſiue vt 20. ad 1. Ergo & cylindrus ex AF, circa A*B*, erit ad ſolidum ex ACB, circa AB, vt 20. ad 1. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed adnotetur, oſtenſum eſſe quadratum DC, ſemper fore æquale rectangulo ſub OD, & ſub KH, in trunco. Ex quibus elicietur truncum ipſum, & ſolidum ex ACB, fore quoque magnitudines proportionaliter analogas. Idcirco centrum æquilibrii trunci appenſi ſecundum A*B*, & ſolidi ſecare A*B*, in eodem puncto. Sed *ex part. 2. Miſcell. Geom. prop. 2. ſchol. 1.* centrum æquilibrii talis trunci in trilineo cubico ſic ſecat *B*A, vt pars ad *B*, ſit dupla reliquæ; ergo ſic quoque ſecabit *B*A, centrum prædicti ſolidi.

Secundum propoſitum à Sluſio erat.

Sit data AB; & in ipſa quodlibet punctum D, ſitque vt qualibet poteſtas AB, ad homogeneam BD, ſic qualibet alia poteſtas AD, ad homogeneam DC; & ſic ſemper quoadvſque deſcribatur curva BCA. Proponitur reperienda quadratura huius ſpatij.

PROPOSITIO X.

Quadratum ex AB, eſt ad ſpatium ACB, vt rectangulum ſub aggregato exponentium AB, AD, & ſub aggregato exponentium AB, & dupli AD, ad quadratum exponentis AD.

V.G. ſi ſit vt quadratum BA, ad quadratum BD, ſic cubus AD, ad cubum DC, aggregatum exponentium quadrati AB, & cubi AD, eſt 5. & aggregatum exponentium quadrati AB, & dupli exponentis cubi AD, eſt 8. & horum rectangulum eſt 40. Sic quadratum exponentis cubi AD, eſt 9. Eſt ergo quadratum AC. ad dictum ſpatium, vt 40. ad 9. Et ſic in aliis.

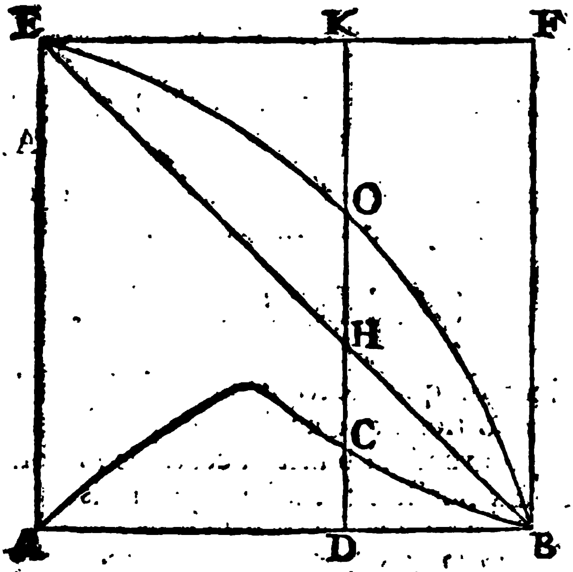
Fiat ex AB, quadratum AF, in quo ducatur diameter BE, & DC, producatur in K, vt in ſchemate. Iam patet KD, AB; BD, DH; AD, KH, æquales fore. Fiat vt AD, ſiue KH, ad DC, ita KD, ad aliam DO, ad quam eam proportionem habeat, quæ ſit ea pars proportionis poteſtatis AB, ſiue KD, ad poteſtatem BD, ſiue HD, quæ pars eſt ſimplex proportio KH, ad DC, proportionis poteſtatis KH, ad poteſtatem DC. Explico in noſtro exemplo, vt quadratum kD, ad quadratum DH, ſic cubus kH ad cubum DC. Cum ergo ſimplex ratio kH, ad DC, ſit ſubtriplicata proportionis cubi kH, ad cubum DC; nempe eius triens, habeat kD, ad DO, ſubtriplicatam proportionem quadrati kD, ad quadratum DH; nempe ſit eius triens, ſiue ſubſquialtera proportionis radicalis kD, ad DH. Et ſic fiat ſemper; & per omnia puncta O, & per BE, tranſeat curua BOE. Patet figuram AEOB, fore, vel vnam ex infinitis parabolis, vel vnum ex infini-

tis trilineis illarum infinitarum ſerierum, quas explicauimus *in noſtro lib. 5. de Inf. Parab.* Si namque poteſtates AB, BD, erunt minores poteſtatibus AD, DC; BOEA, erit ſemiparabola; ſi vero maiores trilineum. In noſtro exemplo, erit ſemiparabola, in qua ordinatim applicata AE, ſiue KD, ad DO, ſit in ſubſeſquialtera ratione AB, ad BD. Tunc. Ratio KD, ad DC, componitur ex ratione DK, ad KH, & huius ad DC. Cumque ſit vt KH, ad DC, ſic KD, ad DO; ergo ratio KD, ad DC, componetur ex rationibus DK, ad KH, & DK, ad DO. Sed ex his rationibus componitur quoque ratio quadrati DK ad rectangulum ſub KH, DO; ergo erit quoque vt KD, ad DC, ſic quadratum KD, ad rectangulum ſub KH, DO. Sed ſi mente ſuper AF, & BOEA, concipiamus cylindricos æquealtos rectos, altitudinis æqualis EA, ſectos diagonaliter per punctum inferius B, & in ſuperiori per parallelam EA, in quibus etiam intelligamus erectum ſuper AB, triangulum AEB, ſit rectangulum KH, DO, æquale rectangulo in trunco ſuperiori. Ergo ut KD, ad DC, ſic quadratum ex KD, in cylindrico ſuper AF, ad rectangulum in trunco. Et ſic ſemper. Ergo vt omnes lineæ ad omnes lineas, ſic omnia quadrata ad omnia rectangula. Ergo etiam vt rectangulum AF, ad figuram BCA, ſic cylindricus ad dictum truncum. Sed vt cylindricus ad truncum, ſic, ex *ſæpe cit. prop. 10. generali lib. 2. de Inf. Parab.* duplus cylindrus ex FA, circa AE, ad ſolidum ex BOEA, circa AE. Et duplus cylindrus eſt ad ſolidum in ratione prædicta, vt elicitur ex noſtris doctrinis *lib. 5. de Infin. Parab.* Ergo patet propoſitum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed vt hæc vniuerſaliſſima doctrina clariùs pateat, optimum erit exemplificare in vno, vel altero caſu. Prius in priori ſupra poſito. Iam conſtat BOEA, fore parabolam, in qua ratio ordinatim applicatarum ſit ſubſeſquialtera radicalis. *Ergo ex coroll. prop. 8. lib. 5. de Infin. Parab.* FA

eſt



eſt ad ipſam vt 5. ad 3. Cumque *ex prop. 2. lib. 3. de Inf. Parab.* (ſuppoſito D, centro grauitatis ipſius duplicatæ) ſit quoque BD, ad DA, vt 5. ad 3. & conſequenter BA, ad AD, vt 8. ad 3. & dimidia BA, ad ipſam vt 4. 3. et *ex prop. 3. eiuſd. lib.* ratio cylindri ex FA, ad ſolidum ex BOEA. circa AE, componatur ex rationibus FA, ad ipſam BOEA; ſiue 5. ad 3. & dimidiæ BA, ad AD, nempe 4. ad 3. & ex his componatur ratio 20. ad 9. Sic etiam erit vnus cylindrus ad ſolidum C. Quare duplus cylindrus erit ad ſolidum ; & conſequenter FA, ad ACB, vt 40. ad 9. Quæ eſt ratio ſupra tradita.

Sed ſupponamus fore cubum *A*B, ad cubum BD, vt quadratum *A*D, ad quadratum DC. *A*ggregatum exponentium poteſtatum *A*B, *A*D, eſt 5. *A*ggregatum exponentis *A*B, & dupli *A*D, eſt 7. Horum rectangulum 35. Quadratum *A*D, eſt 4. Ergo F*A*, debet eſſe ad figuram vt 35. ad 4. Quoniam proportio poteſtatum *A*B, *B*D, ſiue KD, DH, eſt ſeſquialtera proportionis poteſtatum *A*D, DC; ergo proportio æqualis ſimplici proportioni *A*D, ad DC, erit ſeſquialtera radicalis KD, ad DH. Et BOEA, erit trilineum parabolicum, in quo ra-

tio BA, ſiue KD, ad DO, erit ſeſquialtera proportionis KD, ad DH. Ergo *ex prop. 8. lib. 5. de Infin. parab.* FA, erit ad dictum trilineum vt 5. ad 2. Et dimidia BA, erit ad AD (ſuppoſito D, centro æquilibrii trilinei) vt $3\frac{1}{2}$ ad 2. Et cylindrus ex FA, erit ad ſolidum ex trilineo circa EA, vt $17\frac{1}{2}$ ad 4. Et duplus cylindrus ad ſolidum; nempe FA, ad figuram, vt 35. ad 4. Sic experiemur in reliquis.

SCHOLIVM.

Sed adnotetur quoque truncum præfati cylindrici faciliter conſtare proportionaliter analogum cum figura ACB. Vnde BA, ſecabitur in eodem puncto à centro æquilibrii & trunci, & figuræ. Ex hoc haurietur hæc generalis.

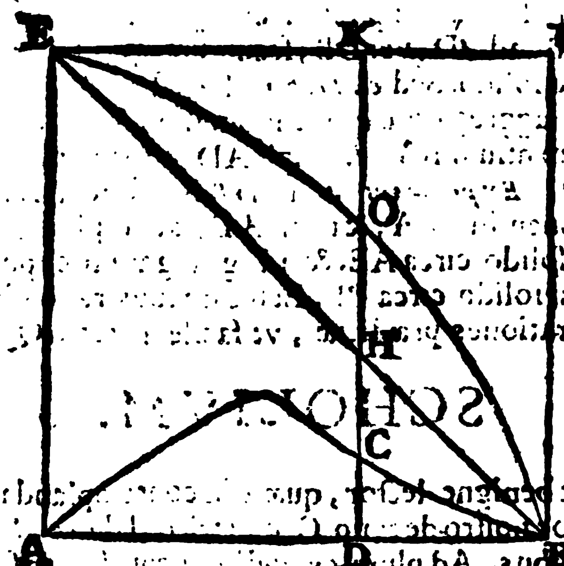
PROPOSITIO XI.

Centrum æquilibrij figuræ ACb, appenſæ ſecundum bA, ſic ipſam ſecat in D, vt bD, ſit ad DA, vt aggregatum exponentium bA, AD, ad duplum exponentis AD.

V. G. ſi ſit vt quadratum AB, ad quadratum BD, ſic cubus AD, ad cubum DC. Aggregatum exponentium BA, AD, eſt 5. duplus exponens AD, eſt 6. Ergo BD, eſt ad DA, vt 5. ad 6. Et ſic in reliquis.

Nam centrum prædictum D, idem eſt cum centro prædicti trunci. Sed *ex prop. 2. part. 2. miſcell. Geom. &* *ex prop. 3. lib. 3. de Inf. Parab.* elicitur fore in trunco BD, ad DA, vt FA, ad duplam BOEA. Et *cum ex prop. 8. lib. 5. de Inf. parab.* pateat manifeſtè fore FA, ad duplam BOEA, vt aggregatum exponentium AB, AD, ad duplum exponentis AD. Ergo patebit quoque propoſitum.

SCHO-



SCHOLIVM.

Ex quibus conſequenter eliciemus rationes cylindri ex AF, ad ſolida ex ACB, tam circa EA, quam circa FB, reuoluta. Ergo.

PROPOSITIO XII.

Cylindrus ex FA, circa EA, ſiue FB, eſt ad ſolidum ex ACB circa EA, vt factum ſub rectangulo aggregati exponentium, AB, AD, & ſub aggregato exponentis AB, & dupli exponentis AD, in dimidium aggregati exponentis AB, & triplici exponentis AD, ad duplum cubum exponentis AD. Ad ſolidum verò circa BF, vt idem antecedens, ad factum ſub quadrato exponentis AD, & ſub aggregato exponentium AB, AD,

Nam

NAm *ex prop. 3. lib. 3. de Inf. parab.* ratio cylindri ex FA ad illa ſolida componitur ex rationibus AE, ad ACB, & dimidiæ AB, ad AD, vel DB, ſecundum quod loquimur de hoc, vel illo ſolido. Sed *ex prop.* 10. FA, eſt ad ACB, vt rectangulum ſub aggregato exponentium BA, AD, & ſub aggregato exponentium BA, & dupli AD, ad quadratum exponentis AD; *Ex prop. ant.* dimidia AB, eſt ad AD, vt dimidium exponentium BA, & tripli AD, ad duplum exponentis DA, in ſolido circa AE; & ad aggregatum exponentium AB, AD, in ſolido circa BF. Et his duabus rationibus componuntur rationes prædictæ, vt facilè patet. Quare &c.

SCHOLIVM.

Hæc ſunt benigne lector, quæ tibi contemplanda propoſuimus in hoc noſtro decimo Geometrico labore, & vndecimo ex omnibus. Ad plura extendi poſſent, ſed ſic ſufficiant. In poſterum fortaſſis copioſiora accipies. Errores non notamus, ſed more ſolito, tuæ remittimus diligentiæ.

FINIS.